



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών
Υπολογιστών

Σχεδιασμός Βρόγχου Κλειδωμένης Φάσης Ακέραιων Διαιρέσεων

Integer-N Phase Locked Loop Design

Διπλωματική Εργασία

Φοιτητής: Στασινός Έκτωρ-Ιωάννης

Επιβλέπων Καθηγητής: Πλέσσας Φώτιος

Δεύτερο μέλος Επιτροπής: Σταμούλης Γεώργιος

Βόλος, Οκτώβριος 2018

Ευχαριστίες

Θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον καθηγητή κ. Φώτη Πλέσσα για την επιστημονική του καθοδήγηση, τις υποδείξεις, τις διορθώσεις, αλλά και την γενικότερη συνεισφορά του στην ολοκλήρωση αυτής της Διπλωματικής Εργασίας. Επίσης, θα ήθελα να τον ευχαριστήσω για την άρτια συνεννόησή μας σε όλα τα μαθήματα που συνεργαστήκαμε, καθώς και στο project του Ειδικού Θέματος που ολοκληρώθηκε υπό την επίβλεψή του. Ακόμα, θα ήθελα να ευχαριστήσω τον καθηγητή κ. Γεώργιο Σταμούλη για την τιμή που μου έκανε να είναι δεύτερος επιβλέπων της παρούσας Διπλωματικής Εργασίας.

Θα ήθελα ακόμα να ευχαριστήσω από καρδιάς τους γονείς μου και την θεία μου Πατρίτσια για όλη την στήριξη, υλική και ηθική, που πάντα μου προσέφεραν και θα μου προσφέρουν απλόχερα, τόσο στην επίτευξη των στόχων μου, όσο και γενικότερα σε ολόκληρη τη ζωή μου.

Τέλος, θα ήθελα να ευχαριστήσω τους φίλους με τους οποίους συμπορευτήκαμε και με συντρόφευσαν αυτά τα έξι χρόνια της προπτυχιακής φοιτητικής μου πορείας, την Άσπα, τον Γιάννη, τον Μάρκο, τον Μπάμπη, τον Μπίλλυ, τον Νίκο, τον Τσάγκα και τον Τσε, για την καθημερινή στήριξη, εντός και εκτός σχολής και τις στιγμές που ζήσαμε στην πανέμορφη πόλη του Βόλου.

Περιεχόμενα

Περίληψη	5
Abstract	6
Κεφάλαιο 1^ο : Η Βασική Λειτουργία του PLL	7
1.1 Εισαγωγή	7
1.2 Η Λειτουργία των PLL	7
1.3 Περιοχές Λειτουργίας των PLL	9
Κεφάλαιο 2^ο : Οι Μονάδες του PLL	11
2.1 Λειτουργία του Phase/Frequency Detector και του Charge Pump	11
2.2 Βασική Λειτουργία του VCO	15
2.2.1 Ανάλυση Θορύβου στη Διάταξη	16
2.3 Λειτουργία και Θεωρία Ανάλυσης του Βαθυπερατού Φίλτρου	18
2.3.1 Εισαγωγή στην Θεωρία των Φίλτρων	18
2.3.2 Συνάρτηση Μεταφοράς και 3dB συχνότητα αποκοπής	19
2.3.3 Σχεδιαστικές Παράμετροι και Γραμμική Ανάλυση PLL	20
2.3.4 Μιγαδικό Πεδίο και Μετασχηματισμός Laplace	24
2.3.5 Εισαγωγή στη Θεωρία Αυτόματου Ελέγχου και Συνδεσμολογία Functional Blocks	25
2.3.6 Πόλοι και Μηδενικά	31
2.3.7 Τύπος-Τάξη Φίλτρων	32
2.3.7.1 Ευστάθεια	35
2.3.7.2 Σχεδίαση Γεωμετρικού Τόπου Ριζών (Root Locus Contour)	36

2.3.8 Εύρος Ζώνης (Bandwidth)	44
Κεφάλαιο 3^ο : Σχεδίαση και Προσομοίωση PLL στο ADS	47
3.1 Σχετικά με το ADS	47
3.2 Σχεδίαση Βαθυπερατού φίλτρου	47
3.2.1 Εισαγωγή και περιγραφή μελέτης	47
3.2.2 Γραμμική ανάλυση και επιλογή φίλτρου	48
3.2.3 Παράδειγμα υπολογισμού παραμέτρων φίλτρου για εφαρμογή	55
3.2.4 Αυτοματοποίηση της γραμμικής μεθόδου υπολογισμού τιμών των μονάδων LPF με την βοήθεια του Microsoft Excel 2010	58
3.3 Προσομοίωση διάταξης του PFD στο ADS	60
3.4 Προσομοίωση διάταξης του VCO στο ADS	61
3.5 Προσομοίωση διάταξης του διαιρέτη N στο ADS	62
3.6 Προσομοίωση συμπεριφοράς του Low Pass Filter στο ADS	62
3.7 Προσομοίωση συνολικής συμπεριφοράς του Phase Locked Loop στο ADS	64
3.8 Μελέτη και προσομοίωση PLL για εφαρμογές δημιουργίας ρολογιού για USB1.0 interface στο ADS	66
Βιβλιογραφία	71

Περίληψη

Σκοπός αυτής της Διπλωματικής Εργασίας είναι η μελέτη και η ανάλυση, σε θεωρητικό επίπεδο, αλλά και η σχεδίαση, σε πρακτικό επίπεδο, ενός Phase Locked Loop (PLL, δηλαδή Βρόγχος Κλειδωμένης Φάσης) Ν ακέραιων διαιρέσεων. Αρχικά, αναλύεται η τοπολογία και η λειτουργία ενός PLL, καθώς και η λειτουργία των modules που το απαρτίζουν, δηλαδή το Phase/Frequency Detector και το Charge Pump, το Low Pass Filter και ο Voltage Controlled Oscillator. Να τονισθεί ότι, από τα επί μέρους modules του PLL, ιδιαίτερη έμφαση δίνεται στην ανάλυση του βαθυπερατού φίλτρου. Ταυτόχρονα, με την μελέτη αυτών των μονάδων, ορίζεται και το απαραίτητο θεωρητικό υπόβαθρο ώστε να εξεταστεί η γραμμική ανάλυση του PLL ως ένα σύστημα αυτόματου ελέγχου, στο μιγαδικό πεδίο. Στη συνέχεια, αναλύεται μια συλλογιστική σχεδίασης και επιλογής των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών του φίλτρου και μια μεθοδολογία μαθηματικού υπολογισμού των σχεδιαστικών παραμέτρων ολόκληρου του PLL συστήματος, ώστε να επιτυγχάνεται η σωστή λειτουργία και η ευστάθειά του. Ακόμα, παρατίθενται παραδείγματα επαλήθευσης σωστού σχεδιασμού, τα οποία προετοιμάζουν το έδαφος για την προσομοίωση του PLL με την βοήθεια του λογισμικού ADS 2008. Εν συνεχεία, χρησιμοποιώντας τις μονάδες του PLL του πρότυπου παραδείγματος εφαρμογής που αναπτύσσει ο Albert Franceschino στο “Phase Locked Loop Primer and Application to Digital European Cordless Phone”, γίνεται τροποποίηση της τοπολογίας του φίλτρου και ορίζονται συγκεκριμένες σχεδιαστικές απαιτήσεις, ενώ η συμπεριφορά του ολικού συστήματος προσομοιώνεται, για την επαλήθευση της γραμμικής ανάλυσης που προηγήθηκε. Τέλος, πραγματοποιείται η προσομοίωση της συμπεριφοράς του PLL για σχεδιαστικές απαιτήσεις συγκεκριμένης εφαρμογής, ενώ παρουσιάζεται και η γραφική απεικόνιση της εξαγόμενης πληροφορίας.

Λέξεις Κλειδιά:

Phase Locked Loop, Ν ακέραιες διαιρέσεις, Phase/Frequency Detector, Charge Pump, Low Pass Filter, Voltage Controlled Oscillator, γραμμική ανάλυση PLL, σύστημα αυτόματου ελέγχου, σύνθετο μιγαδικό πεδίο, σχεδιαστικοί παράμετροι PLL, ευστάθεια, ADS 2008.

Abstract

The purpose of this thesis is the study and the analysis, in a theoretical level, and also the design, in a practical level, of integer-N divisions Phase Locked Loop (PLL). First, the PLL and its modules (Phase/Frequency Detector and the Charge Pump, Low Pass Filter and Voltage Controlled Oscillator) topology and function are analyzed. It must be stressed that this thesis emphasizes on the analysis of the Low Pass Filter. Along with the study of these units, the necessary theoretical background is defined so as to examine the linear analysis of the PLL, as an automatic control system, in the complex field. Then, a reasoning of design and selection of the filter's particular characteristics and a methodology of mathematical calculation of the entire PLL system design parameters is explained, in order to achieve its proper function and stability. Also, examples of just verifications are being set, which prepare the ground for simulating PLL, with the aid of ADS 2008 software. After that, by using the PLL modules of the exemplary application developed by Albert Franceschino in "Phase Locked Loop Primer and Application to Digital European Cordless Phone", the filter topology is slightly modified and specific design requirements are defined, while the overall system behavior is simulated to verify the correctness of the preceded linear analysis. Eventually, the simulation of the PLL behavior for the design requirements of a particular application is performed and the graphical representation of the extracted information is presented.

Key Words:

Phase Locked Loop, integer-N divisions, Phase/Frequency Detector, Charge Pump, Low Pass Filter, Voltage Controlled Oscillator, linear analysis of the PLL, automatic control system, complex field, PLL design parameters, stability, ADS 2008.

Κεφάλαιο 1^ο : Η Βασική Λειτουργία των PLL

1.1 Εισαγωγή

Ο βρόγχος κλειδωμένης φάσης, ή αλλιώς Phase Locked Loop(PLL) αποτελεί ένα πολύτιμο block στην υπηρεσία των σύγχρονων ηλεκτρονικών κυκλωμάτων. Χρησιμοποιείται σε πληθώρα εφαρμογών, τόσο στις τηλεπικοινωνίες (σύνθεση και πολλαπλασιασμός συχνότητας, συσχέτιση σήματος, διαμόρφωση συχνότητας FM, κτλ.) όσο και σε διατάξεις και συστήματα αυτόματου ελέγχου (συστήματα συντονισμού, παρακολούθησης, ελεγκτές μηχανών, κτλ.). Υπάρχουν διάφορες διατάξεις κλειδώματος φάσης που περιλαμβάνουν πλήρως αναλογικούς, ημι-ψηφιακούς, όσο και πλήρως ψηφιακούς τύπους PLL αντίστοιχα, ωστόσο, παρότι χρησιμοποιούμε τον όρο «ψηφιακός», η μεταβατική απόκριση των παραμέτρων ελέγχου ενός PLL κατά την διάρκεια μιας ακολουθίας σημάτων είναι στην ουσία ένα αναλογικό φαινόμενο.

1.2 Η Λειτουργία των PLL

Τα PLL είναι συστήματα κλειστού βρόγχου που αποσκοπούν στο να «κλειδώσουν» έναν ταλαντωτή(VCO) σε μια συγκεκριμένη συχνότητα αναφοράς (F_{ref} ή F_{in}), μέσω ανατροφοδότησης από την έξοδο στην είσοδο. Η ανατροφοδότηση αυτή, είναι φυσικά αρνητική, ώστε να δίνει την δυνατότητα στο PLL να αυτοδιορθώνεται σε κάθε επανάληψη.

Τα PLL χωρίζονται σε δύο ευρείες κατηγορίες, τα Integer-N, τα οποία χρησιμοποιούν διαιρέτη ανάδρασης, ο λόγος του οποίου είναι ακέραιος αριθμός, και τα Fractional-N PLL, ο λόγος διαίρεσης των οποίων δύναται να είναι και κλασματικός αριθμός. Στην παρούσα διπλωματική εργασία θα ασχοληθούμε με την πρώτη περίπτωση.

Ένα PLL αποτελείται από:

- i) έναν Phase/Frequency Detector (PFD)
- ii) ένα Low-Pass Filter (LPF)
- iii) έναν Voltage Controlled Oscillator (VCO)
- iv) έναν διαιρέτη ανάδρασης N

Κάθε PLL έχει τρεις καταστάσεις/περιοχές λειτουργίας:

- α) To free-running state
- β) To capture state
- γ) To Phase Lock/Tracking state

Ξεκινώντας την περιγραφή της λειτουργίας του PLL, θα πρέπει να τονίσουμε ότι ο βασικός στόχος είναι να «κάνουμε» την φάση εξόδου του ταλαντωτή να ισούται με την φάση της συχνότητας αναφοράς (η οποία δίνεται στην μία εκ των εισόδων του PFD). Όταν συμβεί αυτό, το PLL μας θα λέμε ότι βρίσκεται σε κατάσταση «κλειδωμένης» φάσης.

Αρχικά, εφαρμόζονται δύο σήματα στην είσοδο του PFD (ανιχνευτής φάσης/συχνότητας), μια συχνότητα αναφοράς (Fref ή Fin) και η συχνότητα εξόδου του VCO (Fout). Με αυτόν τον τρόπο εξασφαλίζεται η ανατροφοδότηση της εισόδου της διάταξης από την έξοδό της. Στην συνέχεια, ο PFD συγκρίνει την φάση του σήματος αναφοράς με τη φάση της εξόδου του VCO, και μας δίνει στην έξοδο μία παλμοειδή DC τάση, της οποίας τόσο το μέτρο όσο και ο κύκλος είναι μεγέθη ανάλογα της διαφοράς φάσης Φin-Φout. Αυτή η εξαρτώμενη από την διαφορά φάσης απόκριση, ονομάζεται σφάλμα τάσης και έχει μεγάλη σημασία στην αυτοματοποίηση του ελέγχου του PLL, δίνοντας στην διάταξη την δυνατότητα να αυτοδιορθώνεται, ώστε να "κλειδώσει" στην επιθυμητή συχνότητα αναφοράς. Οπότε, παρατηρούμε ότι, ουσιαστικά, το σφάλμα τάσης είναι ο παράγοντας που ορίζει την εναλλαγή των καταστάσεων του PLL. Να σημειωθεί ότι επιλέγουμε να συγκρίνουμε την φάση και όχι την συχνότητα μεταξύ των σημάτων εισόδου του PFD, καθώς το σφάλμα φάσης δύναται να λάβει μηδενική τιμή, αν η διαφορά φάσης είναι σταθερή, ενώ, αντίθετα, η διαφορά συχνότητας θα μας δίνει πάντα κάποιο, έστω και μικρό, σφάλμα συχνότητας.

Για τις ανάγκες σωστής λειτουργίας του PLL γνωρίζουμε ότι πρέπει να χρησιμοποιήσουμε έναν VCO. Αυτός ο ταλαντωτής πρέπει να πάρει μια DC τάση

στην είσοδό του, για να μας δώσει την κατάλληλη feedback συχνότητα στην έξοδο, ώστε να ανατροφοδοτήσουμε την είσοδο του PFD. Ωστόσο, πρέπει να εξετάσουμε πρώτα έναν βασικό παράγοντα. Όπως μας πληροφορεί το ίδιο το όνομα του VCO (ταλαντωτής ελεγχόμενος από τάση), η τάση εισόδου του ελέγχει/καθορίζει την συχνότητα εξόδου (επηρεάζεται επίσης και από τις τιμές των εσωτερικών αντιστάσεων R_t και των αντίστοιχων πυκνωτών C_t , αλλά αυτές αφορούν κατασκευαστικές παραμέτρους). Έτσι, με δεδομένο ότι χρειαζόμαστε μία ελαφρώς σταθερή συχνότητα στην έξοδο, θα πρέπει να τροφοδοτήσουμε τον VCO με μια είσοδο που θα έχει ένα λείο και σταθερό DC επίπεδο και σχετικά σταθερή συχνότητα. Αυτήν την δουλειά επεξεργασίας του σήματός μας θα την κάνει η τοποθέτηση ενός φίλτρου. Έτσι, εφαρμόζεται στην έξοδο του PFD ένα βαθυπερατό φίλτρο(LPF), το οποίο θα κάνει ευθεία την παλμοειδή DC απόκριση του (ελαφρώς σταθερή DC μέσης τάσης), λειαίνοντας τις απότομες διακυμάνσεις της κυματομορφής και διατηρώντας σχετικά σταθερή την συχνότητά της. Επίσης, το LPF θα απομακρύνει τον ανεπιθύμητο θόρυβο των υψηλών συχνοτήτων. Έτσι, μπορούμε πλέον να συνδέσουμε την έξοδο του φίλτρου στην είσοδο του ταλαντωτή, με το DC επίπεδο να είναι ευθέως ανάλογο της συχνότητας που θα παράξει ο VCO στην έξοδο. Με τον ίδιο τρόπο που περιγράφηκε πριν, η συχνότητα εξόδου του ταλαντωτή θα ανατροφοδοτήσει την μία είσοδο του PFD, ο οποίος θα συγκρίνει την φάση της με την φάση της συχνότητας αναφοράς, εξάγοντας ένα σφάλμα τάσης. Η διαδικασία θα επαναλαμβάνεται μέχρι οι φάσεις να πάρουν ίσες τιμές (ή αλλιώς μέχρι η διαφορά των φάσεων τους να σταθεροποιηθεί), να μηδενιστεί το σφάλμα τάσης και συνεπώς να «κλειδώσει» το PLL σε κάποια συχνότητα αναφοράς.

1.3 Περιοχές Λειτουργίας των PLL:

Όπως προαναφέρθηκε, ένα PLL έχει 3 καταστάσεις λειτουργίας, τις free-running, capture και locked.

i) Free-Running State:

Πριν εφαρμόσουμε σήμα εισόδου, το σύστημά μας βρίσκεται στην free-running περιοχή λειτουργίας. Συνεπώς, δεν έχουμε συχνότητα αναφοράς στην είσοδο του PFD. Σε αυτήν την κατάσταση, η συχνότητα στην οποία θα «τρέχει» ο VCO καθορίζεται εξ' ολοκλήρου από τους περιορισμούς σχεδίασης του συστήματος. Συγκεκριμένα, δύο από τις πιο χαρακτηριστικές παραμέτρους που καθορίζουν την συχνότητα του free-running στον ταλαντωτή είναι οι χρονικοί παράγοντές του, δηλαδή οι τιμές των R_t και C_t . Η συχνότητα ταλάντωσης του free-running αναφέρεται και ως συχνότητα ελεύθερης ταλάντωσης f_o .

ii) **Capture State:**

Από την στιγμή που εφαρμόσουμε σήμα εισόδου στον ανιχνευτή φάσης (άρα και συχνότητα αναφοράς), η συχνότητα του ταλαντωτή αρχίζει να αλλάζει και τότε λέμε ότι το PLL εισέρχεται σε capture mode (αλλιώς περιοχή σύλληψης ή απόκτησης). Η περιοχή αυτή βρίσκεται κοντά στην συχνότητα ελεύθερης ταλάντωσης f_0 . Πρέπει να σημειωθεί ότι το capture state δεν έχει μεγάλο χρονικό εύρος. Κατά την διάρκεια αυτής της περιοχής λειτουργίας λαμβάνει χώρα στη διάταξή μας η προσπάθεια «κλειδώματος» στην συχνότητα αναφοράς, που περιγράφηκε στην παράγραφο της Λειτουργίας των PLL. Συνοπτικά, έχοντας εφαρμοστεί πλέον σήμα εισόδου, η τιμή της συχνότητας του VCO αλλάζει διαρκώς, μέχρι να εξισωθεί με την συχνότητα αναφοράς και να «περάσει» σε κατάσταση κλειδωμένης φάσης. Σε αυτό το σημείο, θα πρέπει να εισάγουμε την έννοια του capture range, το οποίο ορίζεται ως το εύρος των συχνοτήτων στις οποίες το PLL έχει την δυνατότητα να «κλειδώσει», μέσω ενός σήματος αναφοράς. Χαρακτηριστικά, η συχνότητα του free-running (f_0) είναι συνήθως στο μέσο του capture range. Το εύρος αυτό, όπως μπορεί να γίνει αντιληπτό, εξαρτάται από τις προδιαγραφές σχεδίασης του PLL, ωστόσο πολύ σημαντικές είναι, επίσης, οι κατασκευαστικές παράμετροι του βαθυπερατού φίλτρου (LPF). Συγκεκριμένα, όσο μειώνεται το εύρος του χαμηλοπερατού φίλτρου, τόσο μειώνεται και το εύρος σύλληψης. Η παράμετρος του capture range μπορεί να εκφραστεί επίσης και σαν ποσοστό (επι τοις εκατό) της συχνότητας του free-running (f_0).

iii) **Phase Locked State:**

Τέλος, εφόσον η συχνότητα του VCO έχει υποστεί αρκετές εναλλαγές, και αφού θα έχει περάσει επιτυχημένα από το capture range, θα συγχρονιστεί με την συχνότητα αναφοράς και θα «κλειδώσει» (αφού επιτύχουμε και phase lock) στην τελευταία και πλέον επιθυμητή κατάσταση, το phase locked state (κατάσταση κλειδωμένης φάσης ή περιοχή συγκράτησης). Σε αυτή την κατάσταση, η διαφορά των φάσεων εξόδου-εισόδου είναι σταθερή (δεν χρειάζεται υποχρεωτικά να είναι μηδέν). Όπως προηγουμένως περιγράφηκε το range της κατάστασης capture, έτσι και τώρα θα ορίσουμε το εύρος συχνοτήτων κλειδώματος, ως το σύνολο των τιμών των συχνοτήτων αναφοράς, εντός του οποίου, το σύστημά μας θα παραμείνει σε κλειδωμένη κατάσταση. Όπως γίνεται εύκολα κατανοητό, αν εφαρμόσουμε στην είσοδο κάποια συχνότητα αναφοράς που δεν εμπεριέχεται στο συγκεκριμένο σύνολο, το PLL μας θα «ξεκλειδώσει». Για χάριν ευκολίας, το

συγκεκριμένο σύνολο τιμών θα το αναφέρουμε ως lock range. Αξίζει να σημειωθεί ότι το lock range είναι συνήθως μεγαλύτερο από το capture range. Επίσης, η περιοχή κλειδώματος μεγαλώνει όσο μεγαλώνει και το συνολικό κέρδος του συστήματος. Να τονισθεί ότι ένα PLL δεν μπορεί να μείνει κλειδωμένο για οποιαδήποτε συχνότητα αναφοράς και εάν η Preference κινηθεί εκτός των ορίων του lock range, τότε το σύστημα θα «ξεκλειδώσει».

Οι μονάδες ενός PLL:

- i) **PFD (Ανιχνευτής Συχνότητας/Φάσης)**
- ii) **VCO (Ταλαντωτής ελεγχόμενος από τάση)**
- iii) **LPF (Βαθυπερατό Φίλτρο)**
- iv) **Feedback Divider N (Διαιρέτης N)**

Κεφάλαιο 2^ο : Οι Μονάδες του PLL

2.1 Λειτουργία του Phase/Frequency Detector και του Charge Pump

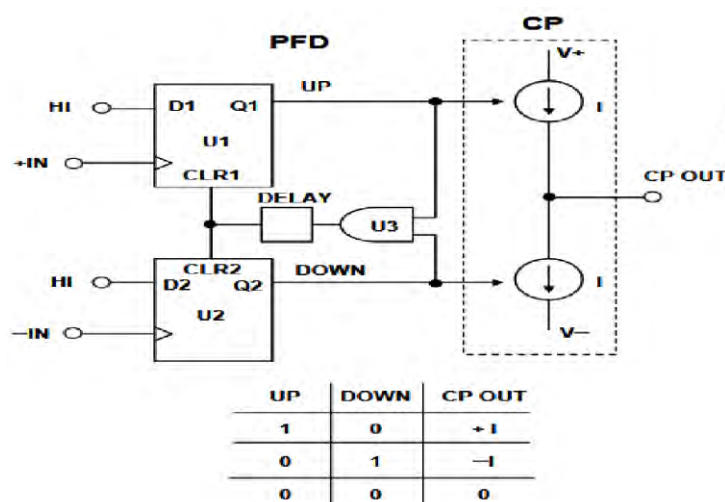
Όπως περιγράφηκε, ο Phase/Frequency Detector είναι η μονάδα του PLL που λαμβάνει δύο εισόδους, το σήμα αναφοράς του κρυσταλλικού ταλαντωτή και το (ανατροφοδοτούμενο) σήμα εξόδου του VCO. Η έξοδος του PFD είναι ένα σφάλμα τάσης, το οποίο είναι ευθέως ανάλογο της διαφοράς φάσης ανάμεσα στα δύο σήματα εισόδου, γεγονός που καθιστά τον PFD μονάδα ελέγχου του PLL συστήματος. Η σχέση που περιγράφει το σφάλμα τάσης είναι η εξής:

$$V_{out} = K_d \cdot (\theta_{ref} - \theta_{vco})$$

Όπου K_d ή K_f η σταθερά που περιγράφει την μονάδα και μετριέται σε Ampere/rad. Ουσιαστικά, ο Phase Detector είναι ένας πολλαπλασιαστής που παράγει το άθροισμα ($f_{ref} + f_o$) και την διαφορά ($f_{ref} - f_o$) των δύο σημάτων εισόδου στην έξοδό του. Ο συντελεστής υψηλής συχνότητας, δηλαδή το άθροισμα των συχνοτήτων, αποκόπτεται από την διάταξη χαμηλοπερατού φίλτρου, όπως θα δούμε στις παρακάτω παραγράφους. Έτσι, ο συντελεστής χαμηλής συχνότητας ενισχύεται και εφαρμόζεται

αργότερα σαν είσοδος τάσης (ελέγχου) V_c στον ταλαντωτή. Αυτή η τάση αποτελεί διορθωτικό παράγοντα του συστήματος, καθώς τείνει συνεχώς να μειώσει τις συχνότητες των σημάτων, μέχρι να εξισωθούν. Από την στιγμή που αρχίζει αυτή η διαδικασία, μέχρι να υπάρχει «κλείδωμα», θα λέμε ότι το σήμα βρίσκεται εντός capture range. Αντίστοιχα, όταν «κλειδώσει» το PLL, το σήμα θα βρίσκεται εντός του lock range. Σε τέτοια περίπτωση, οι συχνότητες των δύο σημάτων θα είναι ίδιες, με μια πεπερασμένη διαφορά φάσης, ωστόσο, να είναι υπαρκτή. Αυτή η διαφορά φάσης παράγει την προαναφερθείσα τάση ελέγχου που προσπαθεί να διατηρήσει το «κλείδωμα». Από την στιγμή που κλειδώσει, το PLL ανιχνεύει οποιαδήποτε αλλαγή στο σήμα αναφοράς και, εφόσον το σύστημα «ξεκλειδώσει», η διαδικασία αρχίζει εκ νέου.

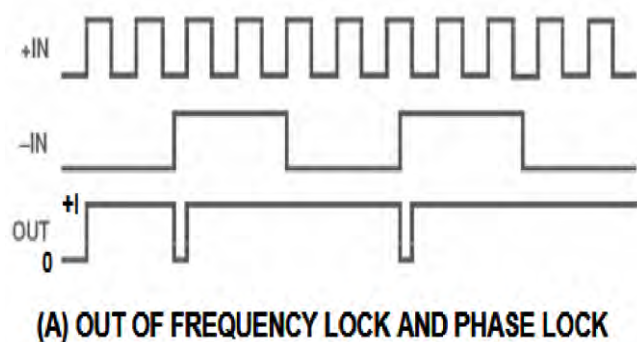
Μια δημοφιλής σχηματική προσέγγιση του PFD είναι αυτή που αποτελείται από δύο τύπου D-flip flops, όπως φαίνεται στην εικόνα 1. Στην έξοδό του τοποθετείται το charge pump (CP), ενώ και τα δύο modules αποτελούν, ένα ενιαίο σχήμα. Η μία έξοδος Q του PFD ενεργοποιεί μία θετική πηγή ρεύματος, ενώ η άλλη μια αρνητική πηγή ρεύματος. Στο σχήμα που ακολουθεί, υποθέτουμε ότι το D-flip flop είναι positive-edge triggered και στον λογικό πίνακα περιέχονται οι πιθανές καταστάσεις.



Εικόνα 1. Διάταξη του PFD και του CP, με πιθανές εξόδους Q

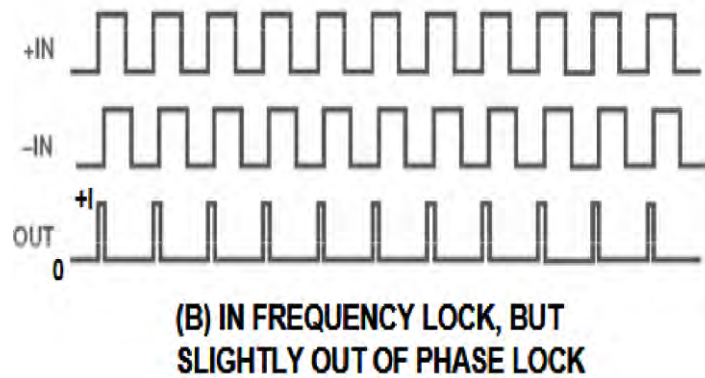
Αν υποθέσουμε ότι το σύστημα είναι εκτός lock state και ότι το σήμα +IN έχει πολύ μεγαλύτερη συχνότητα από το σήμα -IN, η συμπεριφορά του μπορεί να προσομοιωθεί στην παρακάτω εικόνα 2. Από την στιγμή που ισχύει αυτό, γίνεται κατανοητό ότι η έξοδος UP θα είναι, για τον περισσότερο χρόνο στο high state. Η πρώτη θετική αιχμή στο +IN θα στείλει στην έξοδο το high (+1), το οποίο και διατηρείται μέχρι να έρθει η πρώτη θετική αιχμή για το -IN. Αυτό είναι ιδιαίτερα πρακτικό για το σύστημά μας, καθώς η έξοδος του PFD, η οποία γίνεται στην

συνέχεια είσοδος στον VCO, οδηγείται γενικά σε high state (+1), προκαλώντας αύξηση της συχνότητας του -IN. Αυτό το αποτέλεσμα υποδεικνύει το πώς αυτοδιορθώνεται η διαφορά στην συχνότητα, από το ίδιο το σύστημα. Αν η συχνότητα στο +IN ήταν αρκετά μικρότερη από την -IN θα συνέβαινε το ακριβώς αντίστροφο. Σε τέτοια περίπτωση, το OUT θα βρίσκονταν στο low state την περισσότερη ώρα, γεγονός που θα οδηγούσε τον VCO στην αντίστροφη κατεύθυνση και θα έφερνε το -IN πιο κοντά στο +IN, ώστε να προσεγγιστεί το lock state. Η υπόθεση που περιγράψαμε, όπως αναφέρθηκε, φαίνεται στην εικόνα 2.



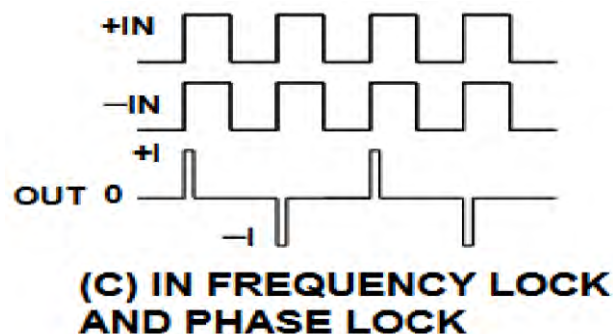
Εικόνα 2. Σύγκριση συχνοτήτων των εισόδων και έξοδος για capture state

Σε αυτό το σημείο θα εξεταστούν οι κυματομορφές των εισόδων που είναι frequency locked, αλλά όχι ακόμα phased locked. Η περιγραφή αυτή φαίνεται παρακάτω, στην εικόνα 3. Εφόσον το +IN προηγείται φασικά του -IN, η έξοδος θα είναι μια ακολουθία από θετικούς παλμούς ρεύματος. Αυτή η έξοδος θα οδηγήσει τον VCO με τέτοιον τρόπο, ώστε οι δύο είσοδοι να γίνουν συμφασικές (phase aligned). Αυτό θα συμβεί, όμως, αν δεν υπήρχε το στοιχείο καθυστέρησης (delay element) ανάμεσα στο U3 και στα inputs των CLR (U1 και U2), θα ήταν πιθανό για την έξοδο να οδηγηθεί σε high impedance κατάσταση, οπότε και δεν θα παρήγαγε ούτε θετικούς, ούτε αρνητικούς παλμούς ρεύματος. Φυσικά, αυτή η περίπτωση δεν θα ήταν βοηθητική, και θα δημιουργούνταν ένα φαινόμενο που ονομάζεται backlash ή αλλιώς dead zone effect, μια κατάσταση που θα άφηνε το CP να επηρεάζεται από μη-αρμονικά sideband ψευδοσήματα του σήματος αναφοράς (τα οποία δεν θα αποκόπτονταν ούτε από το LPF), δημιουργώντας peak θορύβου στην φασματική έξοδο του VCO, τα οποία ονομάζονται spurs. Το delay element, λοιπόν, αποτρέπει αυτό το φαινόμενο.



Εικόνα 3. Σήματα εισόδου PFD με ίδιες συχνότητες, αλλά οριακά εκτός phase lock state

Επίσης, η παρουσία του delay element εξασφαλίζει ότι, ακόμα και στην κατάσταση όπου τα δύο σήματα εισόδου είναι σε ακριβή βαθμό phase aligned, θα υπάρχει ακόμα κυματομορφή ρεύματος στην έξοδο του CP, όπως φαίνεται και στην εικόνα 4. Η καθυστέρηση αυτή ισούται με την καθυστέρηση που παρεμβάλλεται στην έξοδο της U3 και είναι γνωστή ως anti-backlash πλάτος παλμού.



Εικόνα 4. Τα σήματα εισόδου του PFD σε phase και frequency lock

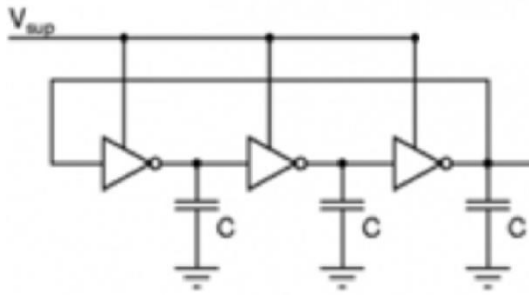
Να σημειωθεί ότι αν η +IN συχνότητα ήταν μικρότερη της -IN ή/και η +IN καθυστερούσε φασικά της -IN, τότε η έξοδος του CP θα ήταν μια ακολουθία από αρνητικούς παλμούς ρεύματος, το αντίστροφο, δηλαδή, από τις δύο προηγούμενες περιπτώσεις των εικόνων 2 και 3.

2.2 Βασική Λειτουργία του VCO

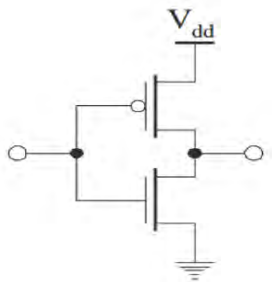
Η πρώτη παρατήρηση που πρέπει να γίνει, όσον αφορά στους ταλαντωτές, είναι ότι αποτελούν μία από τις πιο βασικές διατάξεις στα ηλεκτρονικά κυκλώματα. Βρίσκουν ποικίλες εφαρμογές σε τηλεπικοινωνιακά συστήματα (μια κλασική εφαρμογή είναι ταλαντωτές για πομποδέκτες σημάτων), καθώς μπορούν να λειτουργήσουν για ένα πολύ μεγάλο εύρος συχνοτήτων (ανάλογα με την εφαρμογή για την οποία χρησιμοποιούνται), από τάξη μεγέθους μερικών Hz, έως και αρκετά GHz. Γενικά, για κάποια συγκεκριμένη εφαρμογή, ένας ταλαντωτής θα πρέπει να λειτουργεί γύρω από μια συγκεκριμένη κεντρική συχνότητα, δηλαδή σε μία περιορισμένη περιοχή συχνοτήτων, το εύρος της οποίας, φυσικά, εξαρτάται από τις προδιαγραφές του.

Ο όρος Voltage Controlled Oscillator υποδηλώνει ότι η τάση εισόδου που εφαρμόζεται στην είσοδο του ταλαντωτή «ελέγχει» εν πολλοίς και την συμπεριφορά του, δηλαδή την φύση της απόκρισής του. Ένα πολύ δημοφιλές κύκλωμα ταλαντωτή ελεγχόμενου από τάση είναι ο CMOS voltage controlled ring oscillator, που χαρακτηρίζεται από ψηφιακή έξοδο, απλότητα στην σχεδίαση και εύκολο integration με άλλες ψηφιακές διατάξεις. Ένα, επίσης, μεγάλο πλεονέκτημα αυτού του είδους ταλαντωτή είναι ότι αποτελείται εξ' ολοκλήρου από (CMOS) τρανζίστορ, δηλαδή δεν συμπεριλαμβάνει τοποθέτηση πηνίων, τα οποία, συνήθως, έχουν αυξημένες απαιτήσεις χώρου, συνεπώς αυτός ο ταλαντωτής είναι σημαντικά μικρότερος, συγκριτικά με άλλους.

Ο ring ταλαντωτής αποτελείται από μια σειρά συνεχόμενων διατάξεων από αντιστροφείς (inverters), ο τελευταίος εκ των οποίων ανατροφοδοτεί το κύκλωμα, έχουμε δηλαδή ανάδραση. Ο αριθμός των εν σειρά αντιστροφέων στον βρόγχο ανάδρασης είναι περιττός, και συνήθως έχουμε είτε τρεις είτε πέντε αντιστροφείς. Αυτή η πληροφορία μας υποδεικνύει ότι ο παλμός στην έξοδο θα είναι ανεστραμμένος, σε σχέση με την κυματομορφή εισόδου και θα εμπεριέχει μια μικρή καθυστέρηση, η οποία προέρχεται από αθροιστικά από το κάθε στάδιο αντιστροφής. Η διαδικασία αυτή θα επαναλαμβάνεται συνεχώς και μετά από κάθε στάδιο η κυματομορφή θα αλλάζει, μέχρι να προκύψει ένας καθαρός, τετραγωνικός παλμός στην έξοδο (παρέχει, δηλαδή, σήμα «ρολογιού» στην έξοδο). Η τοπολογία ενός ring ταλαντωτή τριών σταδίων φαίνεται στην εικόνα 5, ενώ η εσωτερική τοπολογία ενός CMOS αντιστροφέα (αποτελούμενη από ένα nMOS και ένα pMOS τρανζίστορ) στην εικόνα 6.



Εικόνα 5. Ring ταλαντωτής τριών σταδίων

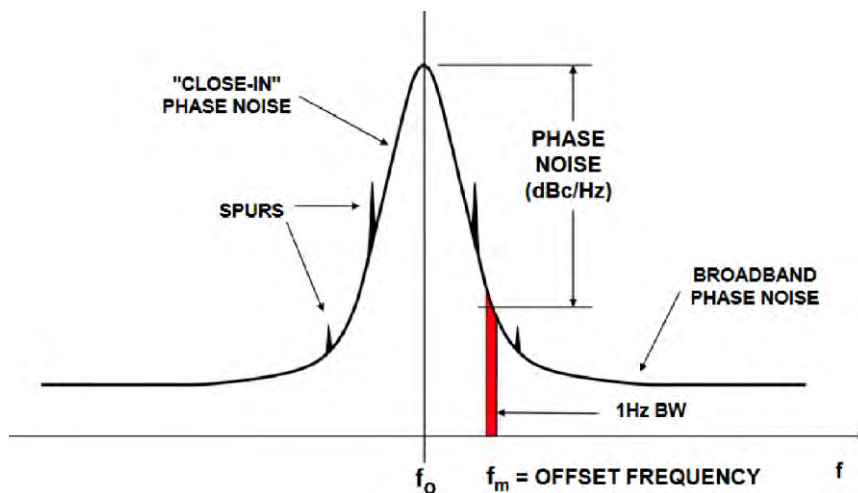


Εικόνα 6. CMOS αντιστροφέας

2.2.1 Ανάλυση Θορύβου στη Διάταξη

Μπορούμε χονδρικά να πούμε ότι η το PLL είναι ένας τύπος _ταλαντωτή και σε κάθε σχεδίαση ταλαντωτή η ευστάθεια της συχνότητας αποτελεί σημαντική προϋπόθεση. Μας ενδιαφέρει τόσο η βραχυχρόνια, όσο και η μακροχρόνια ευστάθεια. Έτσι, η ανάλυση θορύβου γίνεται ιδιαίτερα σημαντική, τόσο για τον ταλαντωτή, όσο και για το PLL σύστημα στο σύνολό του. Σε αυτή την διπλωματική εργασία δεν θα εξετάσουμε σε βάθος την αποκλειστική λειτουργία του ταλαντωτή και το noise performance, ωστόσο, η σημασία τους στην όλη διάταξη μας «υποχρεώνει» να εισάγουμε μερικές βασικές έννοιές τους, ώστε να διαμορφώσουμε μια γενική εικόνα.

Η βραχυχρόνια ευστάθεια του συστήματος εξαρτάται από διακυμάνσεις που μπορεί να συμβούν σε περίοδο δευτερολέπτων ή και λιγότερο. Αυτές οι διακυμάνσεις στο σήμα μπορεί να είναι τυχαίες ή και περιοδικές. Μια ενδεικτική ανάλυση φάσματος, όπως αυτή της εικόνας 7 μπορεί να μας βοηθήσει να αναλύσουμε την βραχυχρόνια ευστάθεια του σήματος.

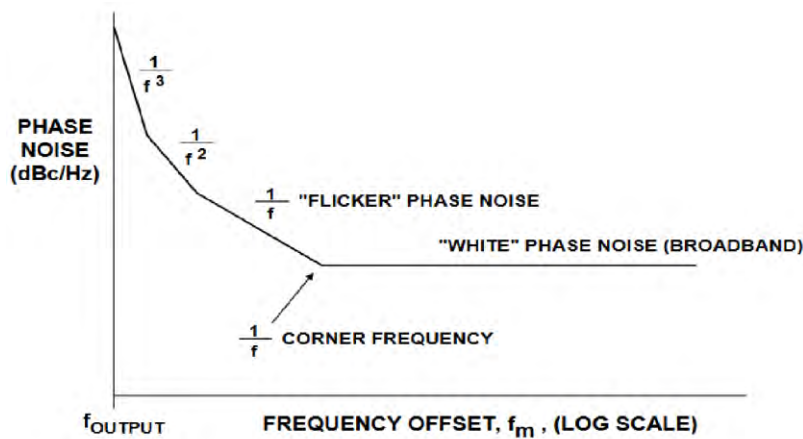


Εικόνα 7.Ενδεικτική φασματική ανάλυση και προστιθέμενος θόρυβος

Τα spurs (περισσότερα στις επόμενες παραγράφους) που φαίνονται στην εικόνα δημιουργούνται στην συχνότητα αναφοράς από την πηγή του σήματος, ενώ το broadening από τυχαία διακύμανση θορύβου, εξαιτίας του phase noise. Το broadband phase noise μπορεί να είναι το αποτέλεσμα των thermal noise, shot noise ή/και flicker noise σε ενεργές και παθητικές διατάξεις.

Το phase noise φάσμα του ταλαντωτή δείχνει την ισχύ του θορύβου (noise power) σε 1 Hz bandwidth, σαν συνάρτηση της συχνότητας. Εν' ολίγοις, το phase noise δείχνει τον λόγο του θορύβου σε 1 Hz bandwidth, από το πλάτος σήματος του ταλαντωτή στην κεντρική συχνότητα ταλάντωσης f_0 , μέχρι το σήμα στο offset συχνότητας f_m , που ικανοποιεί το εύρος.

Το πλέον σύνηθες, ωστόσο, είναι να χαρακτηρίζουμε έναν ταλαντωτή από το «phase noise προς f_m » διάγραμμα, όπως το ενδεικτικό της εικόνας 8. Στο συγκεκριμένο διάγραμμα, το phase noise (μετριέται σε dBc/Hz) σχεδιάζεται σαν συνάρτηση του frequency offset f_m , με τον άξονα της συχνότητας να είναι λογαριθμικός (log scale). Να σημειωθεί ότι κάθε καμπύλη προσεγγίζεται ξεχωριστά «ανά περιοχή», η κάθε μία εκ των οποίων έχει κλίση $1/f^\chi$. Το $\chi=0$ αντιστοιχεί στην περιοχή λευκού φασικού θορύβου (white phase noise region) και η κλίση (slope) είναι 0 dB/δεκάδα. Αντίστοιχα, το $\chi=1$ προσδιορίζει την περιοχή flicker φασικού θορύβου (flicker phase noise region), όπου slope = -20dB/δεκάδα. Υπάρχουν και άλλες περιοχές (για παράδειγμα, όπου $\chi=2$, $\chi=3$ κ.τ.λ.), οι οποίες συμβαίνουν κοντύτερα στην συχνότητα φέροντος (carrier frequency). Να σημειωθεί ότι, σε γενικές γραμμές, είναι επιθυμητές χαμηλές $1/f$ γωνιακές συχνότητες για έναν ταλαντωτή.



Εικόνα 8. Διάγραμμα phase noise προς το frequency offset f_m

2.3 Λειτουργία και Θεωρία Ανάλυσης του Βαθυπερατού Φίλτρου

2.3.1 Εισαγωγή στην Θεωρία των Φίλτρων

Ως γνωστόν, φίλτρα ονομάζονται τα ηλεκτρικά δικτυώματα που επιτρέπουν την απαραμόρφωτη διέλευση ηλεκτρικών σημάτων σε συγκεκριμένες ζώνες συχνοτήτων και που αποκόπτουν οποιοδήποτε άλλο σήμα πέραν αυτών των συχνοτήτων. Έχουν μεγάλο πλήθος εφαρμογών σε συστήματα ασύρματων και ενσύρματων επικοινωνιών. Τα φίλτρα διακρίνονται σε ενεργά και παθητικά. Παθητικές ονομάζονται οι διατάξεις φιλτραρίσματος που περιέχουν μόνο ηλεκτρικά κυκλωματικά στοιχεία, όπως ωμικές αντιστάσεις R , πηνία L και πυκνωτές C . Αντίθετα, τα ενεργά φίλτρα περιέχουν, πέραν των παραπάνω, και ενεργητικά στοιχεία (π.χ. τελεστικούς ενισχυτές, τρανζίστορ, κλπ.).

Η σημασία των φίλτρων στα σύγχρονα ολοκληρωμένα αναλογικά και ψηφιακά κυκλώματα είναι ευρέως γνωστή. Η υψηλή και ακριβής απόδοση των σύγχρονων PLL και DLL (Digital Phase Locked Loops), καθώς και τα προσδιδόμενα χαρακτηριστικά που θέλουμε να έχουν, ανάλογα με τις απαιτήσεις της εφαρμογής για την οποία τα χρειαζόμαστε, μας οδηγούν στο να μελετήσουμε σε βάθος τις διατάξεις φιλτραρίσματος ενός σήματος, ώστε να παρέχουμε ρυθμιζόμενη και σταθερή είσοδο, με χαμηλά επίπεδα θορύβου σε τοπικούς ταλαντωτές ευρύτερων τηλεπικοινωνιακών συστημάτων.

2.3.2 Συνάρτηση Μεταφοράς και 3dB συχνότητα αποκοπής

Στο σημείο αυτό, πρέπει να αναφέρουμε εισαγωγικά την έννοια της συνάρτησης μεταφοράς, δηλαδή της σχέσης που μας δίνει την απόκριση ενός συστήματος για μια συγκεκριμένη διέγερση. Εν' ολίγοις, ορίζουμε ως συνάρτηση μεταφοράς (Σ.Μ.) ενός συστήματος (στοιχείου ή κυκλώματος) τον λόγο της τάσης εξόδου προς την τάση εισόδου, η οποία είναι συνήθως ένας μιγαδικός αριθμός και άρα χαρακτηρίζεται από ένα μέτρο και μια φάση. Η παραπάνω έννοια είναι ένα πολύ χρήσιμο εργαλείο στον χαρακτηρισμό ηλεκτρονικών συστημάτων. Δηλαδή:

Συνάρτηση Μεταφοράς ενός συστήματος =

$$H(s) = \frac{V_{out}(s)}{V_{in}(s)} = \alpha + j\beta = |H(s)| \cdot e^{j\varphi}$$

Όπου:

- Μέτρο: $|H(s)|$
- Φάση: γωνία φ

Όπως προαναφέρθηκε και στις προηγούμενες παραγράφους, αναφορικά με την σχεδίαση του PLL, στην έξοδο του PFD θα χρειαστεί να τοποθετήσουμε ένα φίλτρο. Αυτή η προσθήκη προκύπτει από την ανάγκη τροφοδότησης της εισόδου του VCO με ένα σήμα σχετικά σταθερής συχνότητας, με ένα σχετικά λείο και σταθερό DC επίπεδο. Το παραπάνω, καθώς και η ανάγκη απομάκρυνσης των υψηλών συχνοτήτων (και του θορύβου που αυτές ενέχουν) μας οδηγούν στο να χρησιμοποιήσουμε ένα χαμηλοπερατό φίλτρο, που θα μας δώσει την απαραίτητη «σταθερή» είσοδο που χρειάζεται ο VCO. Χαρακτηριστικά, το χαμηλοπερατό φίλτρο, θα κρατήσει αναλλοίωτη την απόκριση του σήματος μέχρι, σε ιδανική ανάλυση, κάποια συγκεκριμένη cut-off συχνότητα (αλλιώς συχνότητα αποκοπής ή -3dB συχνότητα), ενώ, για $f > f_c$, το σήμα θα μηδενιστεί. Σε πραγματικές διατάξεις, το cut off σημείο θα βρίσκεται στο σημείο που, στην χαρακτηριστική συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου, η τάση εξόδου θα έχει «πέσει» 3 dB μονάδες σε σχέση με την τάση εισόδου. Η ζώνη συχνοτήτων, στην οποία το σήμα διέρχεται χωρίς εξασθένηση, δηλαδή όταν $f < f_c$, ονομάζεται passband (ζώνη διέλευσης), ενώ, αντίστοιχα, η ζώνη συχνοτήτων όπου το σήμα εξόδου εξασθενεί ($f > f_c$), είναι γνωστή ως stopband (ζώνη αποκοπής). Τα παραπάνω, μπορούν να κατανοηθούν καλύτερα αν αναλύσουμε τον λογαριθμικό τύπο (σε decibel ή εν συντομία «dB») της συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου:

$$|H(j\omega)| \text{ (dB)} = 20 \log \frac{|V_o|}{|V_i|}$$

Για μη-ιδανικές διατάξεις, θεωρούμε cut-off σημείο εκείνο που ισχύει:

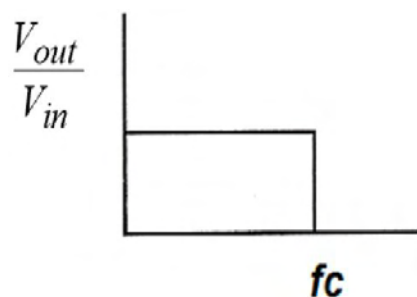
$$V_{out} = V_{in} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} \cong V_{in} \cdot 0,707$$

Οπότε:

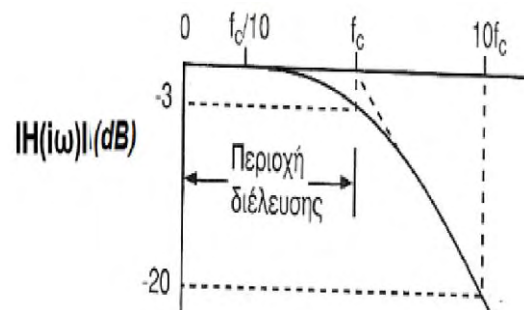
$$H(\text{dB}) = -20 \cdot \log \sqrt{2} = -3 \text{ dB}$$

Συνεπώς, η συχνότητα (μπορεί να είναι και δύο, π.χ. άνω και κάτω) αποκοπής f-3dB είναι σημαντικό χαρακτηριστικό όλων των φίλτρων.

Ας δούμε τώρα σχηματικά τις ενδεικτικές χαρακτηριστικές αποκρίσεις ενός ιδανικού (εικόνα 9) και ενός μη-ιδανικού (εικόνα 10) χαμηλοπερατού φίλτρου, σε σχέση με τις συχνότητες αποκοπής τους.



Εικόνα 9. Ιδανικό φίλτρο



Εικόνα 10. Μη-ιδανικό φίλτρο

2.3.3 Σχεδιαστικές Παράμετροι και Γραμμική Ανάλυση PLL

Έχοντας κατανοήσει κάποιες βασικές γνώσεις πάνω στην θεωρία των φίλτρων, μπορούμε πλέον να επιστρέψουμε στην ανάλυση του συστήματός μας. Η σημασία της επεξεργασίας του σήματος από μεριάς φίλτρου γίνεται ακόμα πιο φανερή αν συνυπολογίσουμε ότι ο VCO «ελέγχει/καθορίζει» τα χαρακτηριστικά της εξόδου του με βάση την φύση της εισόδου που λαμβάνει.

Όπως προαναφέρθηκε, τα φίλτρα χωρίζονται σε δύο κατηγορίες, τα ενεργά και τα παθητικά. Ξεκινώντας την ανάλυση αυτού του σταδίου, πρέπει να σημειωθεί ότι θα προτιμήσουμε ένα παθητικό φίλτρο για το PLL μας, κυρίως λόγω του χαμηλού επίπεδου θορύβου που θα προσδώσει στο σήμα, του χαμηλού κόστους και του μικρού του μεγέθους, αλλά και λόγω της απλότητας στην σχεδιάσή του.

Στα περισσότερα PLL υπάρχει ένα πλήθος σχεδιαστικών παραμέτρων, τις οποίες θα τις αντιμετωπίζουμε στην γραμμική ανάλυσή μας ως σταθερές. Η επιλογή και οι τιμές αυτών των σταθερών, φυσικά, καθορίζονται από το είδος και τις απαιτήσεις της επιστημονικής εφαρμογής για την οποία σχεδιάζουμε το PLL. Έτσι, αυτή η γραμμική ανάλυση μπορεί να μας προσφέρει καλή εκτίμηση του loop performance. Λόγου χάριν, η σταθερά του ανιχνευτή φάσης/συχνότητας $K\phi$ (λόγος μεταβολής του ρεύματος που δίνει ο PFD στην έξοδο προς την διαφορική φάση εισόδου- σε $\text{mA} / 2\pi\text{-rad}$) καθορίζεται από το πλάτος του ρεύματος της αντλίας φορτίου. Η σημειογραφία και οι ορισμοί των σχεδιαστικών αυτών παραμέτρων δίνεται στον πίνακα της εικόνας 11 που ακολουθεί:

K_{VCO} - (MHz/Volt)
Voltage Controlled Oscillator (VCO) Tuning Voltage constant. The frequency vs voltage tuning ratio.
$K\phi$ - (mA/2πrad)
Phase detector/charge pump constant. The ratio of the current output to the input phase differential.
RF_{OPT} - (MHz)
Radio Frequency output of the VCO at which the loop filter is optimized.
F_{REF} - (kHz)
Frequency of the phase detector inputs. Usually equivalent to the RF channel spacing.
N
Main divider ratio. Equal to RF_{OPT}/F_{REF}

Εικόνα 11. Πίνακας σχεδιαστικών παραμέτρων του PLL

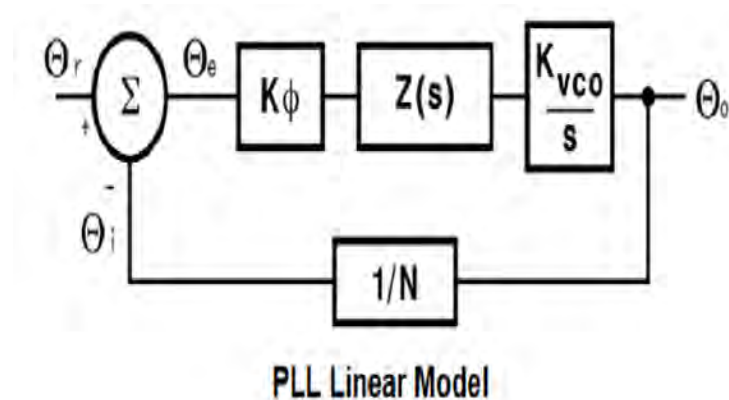
Συνοπτικά, και με βάση τον παραπάνω πίνακα, έχουμε 5 βασικές σχεδιαστικές παραμέτρους:

- Την σταθερά του ταλαντωτή $KVCO$, ή αλλιώς σταθερά συντονισμού τάσης του VCO, που δηλώνει την σχέση της συχνότητας προς τον λόγο της τάσης συντονισμού. Την μετράμε σε MHz/Volt.
- Την σταθερά του frequency detector/charge pump $K\phi$, ή αλλιώς σταθερά του Phase detector/Charge pump. Δηλώνει τον λόγο του ρεύματος εξόδου προς τη

διαφορική είσοδο φάσης του Phase detector, για αυτό τον λόγο και μετριέται σε $\text{mA} / 2\pi\text{rad}$.

- Την βέλτιστη ραδιοσυχνότητα εξόδου του VCO, ή, ευκολότερα, RFOPTIMAL. Σε αυτή την τιμή συχνότητας του VCO (η οποία κινείται εντός του RF πεδίου τιμών συχνοτήτων, εξ' ου και η ονομασία), η επαναληπτική συμπεριφορά του φίλτρου (ή αλλιώς το loop filter) είναι η βέλτιστη δυνατή. Οι πιθανές τιμές της θα είναι της τάξεως των MHz.
- Την συχνότητα των εισόδων του Phase Detector FREFERENCE, η οποία μετριέται σε KHz. Η αντιμετώπιση της διαφορικής φύσης των εισόδων από τον ανιχνευτή φάσης, κάνει την FREF συνήθως ισοδύναμη με την φασματική απόσταση των RF καναλιών.
- Τον ακέραιο, κύριο λόγο διαίρεσης N. Κάποια άλλη εφαρμογή θα μπορούσε να υποστηρίζει και μή-ακέραιο λόγο διαίρεσης, αλλά σε τέτοια περίπτωση η υλοποίηση έχει πρόσθετες διατάξεις και ανάλυση και γίνεται πιο σύνθετη. Εμείς θα ασχοληθούμε με την πιο απλή περίπτωση. Ο λόγος διαίρεσης N προκύπτει από την σχέση RFOPTIMAL/ FREFERENCE και είναι απλά ένας αριθμός, δεν έχει, δηλαδή κάποια μονάδα μέτρησης.

Έχοντας εξετάσει, λοιπόν, τις βασικές σχεδιαστικές παραμέτρους, μπορούμε να προχωρήσουμε στην γραμμική ανάλυση του PLL και να εξετάσουμε αναλυτικότερα και σε βάθος την χρησιμότητα και του λειτουργία του χαμηλοπερατού μας φίλτρου, ως παράγοντα σταθερότητας και ελέγχου της συνολικής λειτουργίας του συστήματός μας. Σχηματικά, το γραμμικό μοντέλο ανάλυσης του PLL φαίνεται στην εικόνα 12:



Εικόνα 12. Σχήμα Γραμμικής Ανάλυσης PLL

Το παραπάνω απλοποιημένο μαθηματικό μοντέλο μας παρουσιάζει, λοιπόν, την φάση του PLL στο locked state. Όπως προαναφέρθηκε, το σύστημά μας είναι αρνητικά ανατροφοδοτούμενο, ώστε να μπορεί να αυτοβελτιώνεται. Με την συνθήκη αυτή, ορίζουμε όπως στο σχήμα της γραμμικής ανάλυσης του PLL τις φασικές τιμές Θ_r , Θ_e , Θ_i και Θ_o . Συγκεκριμένα, έχουμε:

- Το Θ_r ή $\Theta_{reference}$, την τιμή της φάσης, δηλαδή, που έχει το σήμα αναφοράς που μας δίνει ο κρυσταλλικός ταλαντωτής στην μία είσοδο του PFD.
- Το Θ_i ή Θ_{input} , δηλαδή την τιμή της φάσης που μας δίνει το σήμα εξόδου ως ανατροφοδότηση στην δεύτερη είσοδο του PFD.
- Το Θ_e ή Θ_{error} , δηλαδή η τιμή της φάσης στην έξοδο του ανιχνευτή φάσης, η οποία εξαρτάται από την διαφορά φάσης των δύο εισόδων του PFD .
- Το Θ_o ή Θ_{output} , δηλαδή την τιμή της φάσης στην έξοδο του κλειδωμένου βρόγχου, ακριβώς μετά τον VCO.

2.3.4 Μιγαδικό Πεδίο και Μετασχηματισμός Laplace

Σε αυτό το σημείο, θα πρέπει να κάνουμε μια μικρή εισαγωγή στην θεωρία συστημάτων αυτόματου ελέγχου, ώστε να μπορέσουμε να καταλάβουμε τόσο το πως χειριζόμαστε την γραμμική ανάλυση του PLL, όσο και το ποιους περιορισμούς έχουμε, ώστε το σύστημά μας να πληροί κάποιες προϋποθέσεις, όπως, για παράδειγμα, να είναι ευσταθές. Αυτές οι γνώσεις είναι απαραίτητες, ώστε ο σχεδιαστής ηλεκτρονικών συστημάτων να μπορεί να αξιοποιήσει τα μαθηματικά εργαλεία για να σχεδιάσει και να αξιολογήσει το όλο σύστημα.

Μπορούμε να προσεγγίσουμε την μεγάλη πλειοψηφία των σχεδιαστικών προβλημάτων του PLL χρησιμοποιώντας τις δυνατότητες ανάλυσης που μας προσφέρει ο μετασχηματισμός Laplace. Να σημειώσουμε, εδώ, ότι δεν θα αναλυθεί σε βάθος το θεωρητικό μαθηματικό υπόβαθρο του μετασχηματισμού Laplace, καθώς τα προβλήματα της εφαρμογής μας είναι περισσότερο πρακτικά, θα γίνει ωστόσο, μια μικρή εισαγωγή.

Αρχικά, το Laplace Transformation μας επιτρέπει να αναπαραστήσουμε την χρονική απόκριση μιας συνάρτησης $f(t)$ (ή σωστότερα της συνάρτησης f στο πεδίο του χρόνου) στο σύνθετο μιγαδικό πεδίο συχνότητας $F(s)$. Αυτός ο μετασχηματισμός, δηλαδή, μετατρέπει ένα σήμα συνεχούς χρόνου σε μια συνάρτηση μιγαδικής μεταβλητής. Έτσι, θα δούμε ότι η χρήση του μιγαδικού πεδίου συχνότητας και η θέση των πόλων του συστήματος σε αυτό, μπορεί να μας βοηθήσει να εξάγουμε πολύ σημαντικές ιδιότητες τέτοιων συστημάτων, όπως είναι η ευστάθεια και η αιτιότητα.

Γενικά, ο μετασχηματισμός Laplace ορίζεται ως:

$$L\{f(t)\} = F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$$

Επίσης, είναι και αμφίπλευρος, ορίζεται, δηλαδή, και αντίστροφα, με τον αντίστροφο μετασχηματισμό Laplace να είναι ως εξής:

$$f(t) = L^{-1}\{F(s)\}$$

Ο αντίστροφος μετασχηματισμός Laplace, φυσικά, αναπαριστά μία συνάρτηση μιγαδικής μεταβλητής (στο πεδίο συχνότητας $F(s)$, εφόσον γνωρίζουμε τον μετασχηματισμό Laplace της) στο πεδίο του χρόνου (χρονική απόκριση της $f(t)$).

Ο μετασχηματισμός Laplace είναι δόκιμος μόνο για θετικές, γραμμικές παραμέτρους πραγματικού χρόνου, ωστόσο η ανάλυση για το PLL εμπεριέχει και γραμμικές και μη-γραμμικές λειτουργίες, γι' αυτό θα χειριστούμε το σύστημά μας με προσεκτικό

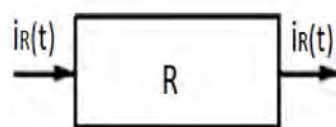
τρόπο. Σε αυτό το ζήτημα δεν θα επεκταθούμε περισσότερο, εστιάζοντας την προσοχή μας στην μαθηματική περιγραφή του PLL, έτσι όπως είναι ήδη γνωστή.

2.3.5 Εισαγωγή στη Θεωρία Αυτόματου Ελέγχου και Συνδεσμολογία Functional Blocks

Σε αυτό το σημείο, προκειμένου να παράξουμε εξισώσεις που να περιγράφουν τη συμπεριφορά του συστήματός μας, πρέπει, ορμώμενοι από την μελέτη της βασικής θεωρίας της σερβομηχανικής, να αναφέρουμε τρεις βασικές περιπτώσεις απλοποίησης βαθμίδων στο πεδίο της συχνότητας για σύνθετα συστήματα ελέγχου. Προφανώς, η θεωρία απαριθμεί πολύ περισσότερους τέτοιους κανόνες, ωστόσο οι τρεις που θα περιγράψουμε επαρκούν για την ανάλυση του δικού μας συστήματος PLL. Για να περιγράψουμε αυτούς τους κανόνες, πρώτα πρέπει να ορίσουμε το γενικότερο πλαίσιο μελέτης, αρχίζοντας από την έννοια του συναρτησιακού τετραγώνου.

Αρχικά, ως συναρτησιακό τετράγωνο (ή αλλιώς functional block) ενός στοιχείου ή μιας βαθμίδας ενός συστήματος, ορίζεται το σύμβολο της μαθηματικής παράστασης που συνδέει την είσοδο με την έξοδο του στοιχείου (ή της βαθμίδας αντίστοιχα), ή, ακριβέστερα, η μαθηματική επεξεργασία του σήματος εισόδου, όπως επιβάλλεται από την εσωτερική δομή του στοιχείου επί του οποίου ενεργεί, έτσι ώστε να αναπαραχθεί το σήμα εξόδου. Η μαθηματική αυτή παράσταση είναι γνωστή και ως τελεστής (operator) του στοιχείου ή της βαθμίδας. Για ευκολότερη κατανόηση, μπορούμε να σκεφτούμε το συναρτησιακό τετράγωνο ως ένα μαύρο κουτί, που χαρακτηρίζεται από μια συνάρτηση μεταφοράς (Σ.Μ.), ενώ λαμβάνει μια είσοδο και παράγει μια έξοδο.

Για παράδειγμα, το συναρτησιακό διάγραμμα βαθμίδας μιας απλής ωμικής αντίστασης, η οποία αποτελεί στοιχείο ενός ηλεκτρικού κυκλώματος και στην οποία το ρεύμα που καταναλώνει θεωρείται ως είσοδος $i_R(t)$ και το ρεύμα που «βγαίνει» από αυτήν θεωρείται ως έξοδος (ίδιο ρεύμα με την είσοδο $i_R(t)$) φαίνεται στο παρακάτω σχήμα της εικόνας 13:



Εικόνα 13. Συναρτησιακό Τετράγωνο Ωμικής Αντίστασης R

Τα βέλη, δείχνουν την φορά ροής των σημάτων. Στο παραπάνω σχήμα, το αριστερό βέλος συμβολίζει το σήμα εισόδου (ή αλλιώς την διέγερση) του στοιχείου και το δεξιό βέλος, αντίστοιχα, το σήμα εξόδου (ή αλλιώς την απόκριση) του στοιχείου, η οποία οφείλεται στην συγκεκριμένη διέγερση. Προφανώς, το πλήρες διάγραμμα

βαθμίδων ενός συστήματος, συντίθεται από τα επιμέρους συναρτησιακά τετράγωνα των συνιστωσών που το απαρτίζουν, σύμφωνα, πάντα, με την φορά ροής των σημάτων. Η ανάλυση του συστήματος, μέσω των δομικών διαγραμμάτων, μας παρέχει επιπλέον τη δυνατότητα διερεύνησης της συμβολής των επιμέρους συνιστωσών του, στη συνολική συμπεριφορά και απόδοσή του.

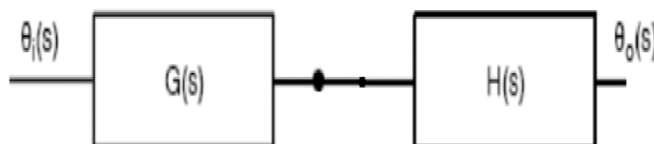
Με την κατανόηση των παραπάνω, είμαστε, πλέον, σε θέση να χρησιμοποιήσουμε εργαλεία για την μαθηματική περιγραφή των συναρτησιακών τετραγώνων. Για την καλύτερη ανάλυση και διαχείριση περίπλοκων δομών functional blocks στοιχείων ή βαθμίδων ενός συστήματος, μπορούμε να ακολουθήσουμε τεχνικές απλοποίησης. Σε αυτό θα μας βοηθήσουν βασικές γνώσεις από την σερβομηχανική θεωρία. Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, για την ανάλυση του PLL μας, τρεις είναι οι βασικές περιπτώσεις απλοποίησης functional blocks που θα χρειαστούν, ανάλογα με την συνδεσμολογία τους. Αυτές είναι οι εξής:

- **Σύνδεση σε Σειρά:**

Στην περίπτωση όπου δύο (ή και περισσότερα) functional blocks, με συνάρτηση μεταφοράς $G(s)$ και $H(s)$ αντίστοιχα, συνδεθούν σε σειρά, όπως στο παρακάτω σχήμα της εικόνας 14, μπορούμε να τα απλοποιήσουμε, βρίσκοντας την ολική συνάρτηση μεταφοράς, ως εξής:

$$\text{Ολική Συνάρτηση Μεταφοράς} = G(s) \cdot H(s)$$

(η φορά ορίζεται από το θ_i προς το θ_o)



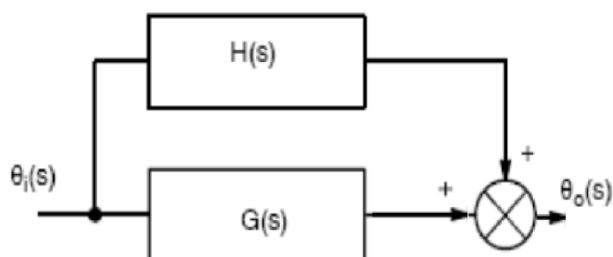
Εικόνα 14. Functional Blocks Συνδεδεμένα σε Σειρά

- **Σύνδεση κατά Παραλληλία:**

Το «κυκλάκι» στο παρακάτω σχήμα ονομάζεται αθροιστής ή σημείο άθροισης (summing point). Σύμφωνα με αυτό, και ανάλογα το πρόσημο που τον συνοδεύει («+» ή «-»), ο αθροιστής προσθέτει ή αφαιρεί, αντίστοιχα, τα σήματα που εισέρχονται σε αυτόν. Στην περίπτωση όπου δύο (ή και περισσότερα) functional blocks, με συνάρτηση μεταφοράς $G(s)$ και $H(s)$ αντίστοιχα, συνδεθούν παράλληλα, όπως στο παρακάτω σχήμα της εικόνας 15, μπορούμε να τα απλοποιήσουμε, βρίσκοντας την ολική συνάρτηση μεταφοράς, ως εξής:

$$\text{Συνολική Συνάρτηση Μεταφοράς} = G(s) + H(s)$$

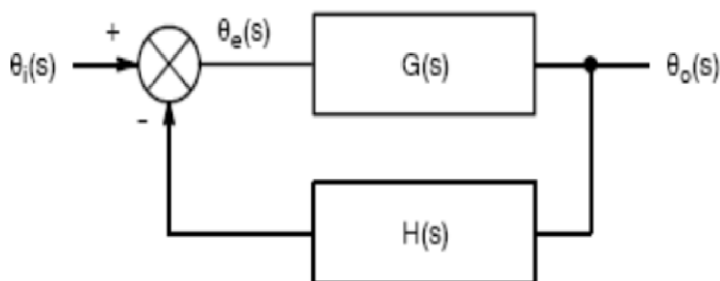
(η φορά ορίζεται από το θ_i προς το θ_o)



Εικόνα 15. Σύνδεση κατά Παραλληλία

- **Σύνδεση με Ανατροφοδότηση:**

Η πιο σύνθετη περίπτωση συναντάται όταν δύο functional blocks, με συνάρτηση μεταφοράς $G(s)$ και $H(s)$ αντίστοιχα, συνδεθούν με ανατροφοδότηση της εισόδου από την έξοδο Y (feedback loop). Η ανατροφοδότηση μπορεί να είναι θετική ή αρνητική. Στην παρούσα διπλωματική εργασία, θα ασχοληθούμε με την δεύτερη περίπτωση, καθώς μόνο με αρνητική ανατροφοδότηση το σύστημά μας θα έχει την δυνατότητα αυτοδιόρθωσης, ώστε να ελαχιστοποιεί κάθε φορά το προκύπτον σφάλμα. Παρακάτω, στην εικόνα 16, μπορούμε να δούμε ένα τέτοιο παράδειγμα σύνδεσης functional blocks με αρνητική ανατροφοδότηση:



Εικόνα 16. Σύνδεση με αρνητική Ανατροφοδότηση

Στο πίνακα της εικόνας 17 που ακολουθεί, περιγράφονται οι βασικοί παράμετροι ενός συστήματος ανατροφοδότησης, όπως το παραπάνω:

$\theta_i(s)$	Phase Input
$\theta_e(s)$	Phase Error
$\theta_o(s)$	Output Phase
$G(s)$	Product of the Individual Feed Forward Transfer Functions
$H(s)$	Product of the Individual Feedback Transfer Functions

Εικόνα 17. Πίνακας Βασικών Παραμέτρων ενός Συστήματος Ανατροφοδότησης

Συνοπτικά, ορίζονται οι εξής παράμετροι:

- Η φάση εισόδου $\theta_i(s)$
- Το σφάλμα φάσης $\theta_e(s)$
- Η φάση εξόδου $\theta_o(s)$
- Η συνάρτηση μεταφοράς της βαθμίδας του άνω κλάδου $G(s)$
- Η συνάρτηση μεταφοράς της βαθμίδας ανατροφοδότησης $H(s)$

Ας υποθέσουμε ότι, στο παραπάνω σχήμα, ο αθροιστής λαμβάνει μία είσοδο $U(s)$ και την αρνητική ανατροφοδότηση $B(s)$, ενώ ως έξοδος ορίζεται η $Y(s)$. Στην έξοδο του αθροιστή σχηματίζεται το $\theta_e(s)$, γνωστό και ως σφάλμα ελέγχου (actuating error signal).

Σε αυτή την περίπτωση, ως είσοδος του συστήματος δεν ορίζεται το $U(s)$, αλλά η διαφορά του από το σήμα ανατροφοδότησης. Δηλαδή, ισχύει ότι:

$$E(s) = \theta_e(s) = U(s) - B(s)$$

Έτσι, ορίζουμε τον λόγο του σήματος ανάδρασης $B(s)$ προς το σφάλμα ελέγχου $\theta_e(s)$ ως συνάρτηση μεταφοράς ανοιχτού βρόγχου (open-loop transfer function), δηλαδή:

Συνάρτηση Μεταφοράς Ανοιχτού Βρόγχου =

$$= \frac{B(s)}{\theta e(s)} = G(s) \cdot H(s)$$

Με την ανάλογη προσέγγιση, ορίζουμε τον λόγο του σήματος εξόδου $Y(s)$ προς το σήμα εισόδου (δηλαδή το σφάλμα) $\theta e(s)$ ως απευθείας συνάρτηση μεταφοράς (feedforward transfer function), δηλαδή:

$$\text{Απευθείας Συνάρτηση Μεταφοράς} = \frac{Y(s)}{\theta e(s)} = G(s)$$

Από τις παραπάνω δύο σχέσεις παρατηρούμε ότι αν η συνάρτηση μεταφοράς της βαθμίδας ανάδρασης (ή ανατροφοδότησης) γίνει $\mathbf{H(s) = 1}$, τότε:

$$\Sigma.M. \text{ανοιχτού βρόγχου} = \text{απευθείας } \Sigma.M.$$

Σε αυτό το σημείο, είμαστε πλέον σε θέση να υπολογίσουμε την $\Sigma.M.$ κλειστού βρόγχου (closed loop transfer function) του συστήματός μας. Αυτή θα ισούται, φυσικά, με τον λόγο του σήματος εξόδου $Y(s)$ προς το σήμα $U(s)$ στην είσοδο του αθροιστή. Συνεπώς, θα προσπαθήσουμε να αποδείξουμε την μαθηματική σχέση της $\Sigma.M.$ κλειστού βρόγχου (βρόγχου **αρνητικής** ανατροφοδότησης), με βάση τις γνώσεις από την μελέτη της θεωρίας που προηγήθηκε. Σύμφωνα με τα παραπάνω, και με βάση τις πληροφορίες που μπορούμε να αντλήσουμε από το σχήμα του feedback loop:

$$Y(s) = G(s) \cdot \theta e(s) \quad (1)$$

$$\theta e(s) = U(s) - B(s) = U(s) - (H(s) \cdot Y(s)) \quad (2)$$

Από τις (1) και (2) έχουμε:

$$Y(s) = G(s) \cdot [U(s) - (H(s) \cdot Y(s))]$$

Και τελικά:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s) \cdot H(s)}$$

Οπότε:

$$\Sigma.Μ. \text{ κλειστού βρόγχου} = \frac{G(s)}{1 + G(s) \cdot H(s)}$$

Με βάση την θεωρία που προηγήθηκε, λοιπόν, μπορούμε εύκολα να καταλήξουμε στην μαθηματική απεικόνιση του σήματος της φάσης εξόδου θ_o , αλλά και του σφάλματος θ_e , η οποία θα είναι η εξής:

$$\theta_e(s) = \frac{1}{1 + G(s) \cdot H(s)} \cdot \theta_i(s)$$

$$\theta_o(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s) \cdot H(s)} \cdot \theta_i(s)$$

Με παρόμοιο τρόπο, μετά την κατανόηση βασικών γνώσεων σερβομηχανικής, feedback και control loop theory, με βάση την εικόνα 18 μπορούμε να πάρουμε τις παρακάτω εξισώσεις:

PLL Phase Transfer Functions

Forward loop gain = $G(s) = \theta_o/\theta_e$
$= K\phi Z(s) K_{VCO}/s$
Reverse loop gain = $H(s) = \theta_i/\theta_o = 1/N$
Open loop gain = $H(s) G(s) = \theta_i/\theta_e$
$= K\phi Z(s) K_{VCO}/Ns$
Closed loop gain = $\theta_o/\theta_i = G(s)/[1 + H(s) G(s)]$

Εικόνα 18. Συναρτήσεις Μεταφοράς Φάσης PLL

Οι περισσότερες από τις παραπάνω εξισώσεις (και η έννοια των συναρτήσεων που χαρακτηρίζουν) εισάχθηκαν και αναλύθηκαν προηγουμένως. Η μόνη καινούργια συνάρτηση που προστέθηκε είναι το αντίστροφο κέρδος του βρόγχου (reverse loop gain) που ορίζεται ως το πηλίκο του σήματος εξόδου προς το σήμα που εισέρχεται στην δεύτερη είσοδο του PFD, ως ανατροφοδότηση. Με το reverse loop gain, ωστόσο, δεν θα ασχοληθούμε περεταίρω. Παρατηρούμε, ακόμα, θεωρητικά, ότι αν ο προγραμματιζόμενος μετρητής N αφαιρεθεί (δηλαδή αν $N=1$), καταλήγουμε στην περίπτωση μοναδιαίας αρνητικής ανατροφοδότησης ($H(s)=1$), οπότε το σήμα εξόδου θα γίνει ίδιο με το σήμα εισόδου, δηλαδή θα έχουμε $\mathbf{F}_o = \mathbf{F}_{ref}$. Αυτό το σενάριο, φυσικά, δεν το επιθυμούμε, ούτε το εξετάζουμε, καθώς αναιρεί την ίδια την χρήση του PLL, απλώς γίνεται αναφορά λόγω της αλγεβρικής διερεύνησης των μαθηματικών τύπων που παρουσιάστηκαν και μόνο.

2.3.6 Πόλοι και Μηδενικά

Η γενική μορφή της συνάρτησης μεταφοράς για κάθε φίλτρο είναι η εξής:

$$H(s) = H_o \cdot \frac{(s - Z_0) \cdot (s - Z_1) \cdot (s - Z_2) \cdot \dots \cdot (s - Z_n)}{(s - P_0) \cdot (s - P_1) \cdot (s - P_2) \cdot \dots \cdot (s - P_n)}$$

Έχει, δηλαδή πολυωνυμική μαθηματική μορφή. Οι ρίζες Z_n της συνάρτησης του αριθμητή αποτελούν τα «μηδενικά» της εξίσωσης, ενώ οι αντίστοιχες ρίζες P_n τους «πόλους» της. Η μεταβλητή s , όπως γνωρίζουμε, αποτελεί την μιγαδική έκφραση της ω στο σύνθετο πεδίο της συχνότητας ($s = j\omega$). Οι προαναφερθείσες ρίζες των πολυωνυμικών εκφράσεων του αριθμητή και του παρανομαστή, έχουν μεγάλη σημασία, όσον αφορά στη μαθηματική ερμηνεία της διάταξης του φίλτρου, επηρεάζοντας σημαντικά τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της. Λόγου χάριν, οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς καθορίζουν την ευστάθεια τόσο του φίλτρου, όσο και του συνολικού συστήματος PLL.

2.3.7 Τύπος-Τάξη Φίλτρων

Όπως προαναφέρθηκε, από τις ρίζες και τους πόλους της συνάρτησης μεταφοράς μιας διάταξης φίλτρου, μπορούμε να αντλήσουμε χρήσιμες πληροφορίες σχετικά με διάφορες σημαντικές ιδιότητές της. Στην παρούσα παράγραφο, η συλλογιστική πορεία είναι σχεδόν αντίστροφη. Αναφορικά, το πολυώνυμο του παρανομαστή και του αριθμητή της συνάρτησης μεταφοράς ενός φίλτρου (οι ρίζες του οποίου αποτελούν τους πόλους του φίλτρου, όπως προαναφέρθηκε) είναι ο παράγοντας που καθορίζει την τάξη (order) και τον τύπο του (type). Οι δύο αυτές έννοιες είναι κάπως ιδιαίτερες, γιατί ορίζονται, πολλές φορές, αδιακρίτως και με διαφορετικούς τρόπους, καθώς δεν υπάρχει κάποιο συγκεκριμένο πρότυπο στη διεθνή βιβλιογραφία. Σε αυτή την διπλωματική εργασία θα χρησιμοποιηθεί ο πλέον διαδεδομένος τρόπος προσδιορισμού τους. Πιο συγκεκριμένα, συμπεραίνουμε ότι ο βαθμός του προσεγγιστικού πολυωνύμου του παρανομαστή (ή αλλιώς, οι ρίζες του) μας υποδεικνύει την τάξη του φίλτρου. Αυτό σημαίνει ότι, για παράδειγμα, αν το πολυώνυμο είναι δευτέρου βαθμού, τότε και το φίλτρο που θα περιγράφει θα είναι, συμπερασματικά, δεύτερης τάξης. Αντίστοιχα, τον τύπο ενός φίλτρου τον συσχετίζουμε με τον αριθμό των ριζών του πολυωνύμου του αριθμητή της χαρακτηριστικής συνάρτησης μεταφοράς που το περιγράφει. Δηλαδή, αν μια διάταξη φίλτρου έχει τρεις πόλους, τότε το φίλτρο αυτό είναι τρίτης τάξης. Στα παθητικά φίλτρα, όπως αυτό που μελετά η παρούσα διπλωματική εργασία, η έννοια της τάξης ταυτίζεται με τον αριθμό των παθητικών στοιχείων στη κυκλωματική διάταξη του φίλτρου. Όπως προαναφέρθηκε και σε προηγούμενη παράγραφο, περιγράφονται ως παθητικά, στοιχεία όπως πηνία L , πυκνωτές C κλπ. Σε γενικές γραμμές, αξίζει να σημειωθεί ότι η αύξηση της τάξης ενός φίλτρου βελτιώνει την απόκριση του, «φέρνοντάς» την πιο κοντά στην ιδανική.

Ο προσδιορισμός της τάξης ενός φίλτρου θα μας βοηθήσει, στην πορεία της εργασίας μας, να ερμηνεύσουμε με μαθηματικό τρόπο την διάταξή του και τα εσωτερικά του χαρακτηριστικά (αντιστάσεις και πυκνωτές), ώστε μπορέσουμε να προσδώσουμε τις επιθυμητές ιδιότητες και να επαληθεύσουμε την σωστή συμπεριφορά τόσο του φίλτρου, όσο και του PLL, στο σύνολό του, με την βοήθεια του ADS. Για την καλύτερη κατανόηση της έννοιας της τάξης ενός φίλτρου, θα εξεταστούν μερικά παραδείγματα συναρτήσεων μεταφοράς:

1. Αν έχουμε μια Σ.Μ. με την παρακάτω μορφή:

$$H(s) = \frac{a1 \cdot s + ao}{s + \omega o}$$

Εξετάζοντας τον παρανομαστή της παραπάνω συνάρτησης μεταφοράς, παρατηρούμε ότι μηδενίζεται στο $s + \omega_0 = 0$, δηλαδή έχει μία και μοναδική ρίζα, την $s = -\omega_0$, η οποία αποτελεί, όπως αναφέρθηκε, και τον μοναδικό της πόλο. Η συνάρτηση μεταφοράς έχει, λοιπόν, έναν πόλο, τον $P_0 = -\omega_0$, εν' ολίγοις το φίλτρο είναι πρώτης τάξης. Αν υποθέσουμε ότι το φίλτρο είναι ένα παθητικό RC κύκλωμα, τότε, το γεγονός ότι η διάταξή του είναι πρώτης τάξης μας υποδεικνύει ότι θα αποτελείται από ένα ζευγάρι αντίστασης R και πυκνωτή C .

Η παραπάνω εξίσωση συνάρτησης μεταφοράς στο παράδειγμα δεν αποτέλεσε μια τυχαία επιλογή. Αντίθετα, αποτελεί γενικό τύπο συνάρτησης μεταφοράς ενός φίλτρου πρώτης τάξης, με τους συντελεστές του αριθμητή a_1, a_0 , αλλά και την συχνότητα ω_0 του παρανομαστή να δύνανται να επιλεγούν καταλλήλως, ανάλογα με την εφαρμογή για την οποία χρειαζόμαστε το φίλτρο.

2. Αν έχουμε μια Σ.Μ. με την παρακάτω μορφή:

$$H(s) = \frac{a_2 \cdot s^2 + a_1 \cdot s + a_0}{(s - p_1) \cdot (s - p_2)} = \frac{a_2 \cdot s^2 + a_1 \cdot s + a_0}{s^2 + \left(\frac{\omega_0}{Q}\right) \cdot s + \omega_0^2}$$

Εξετάζοντας τον παρανομαστή της παραπάνω συνάρτησης μεταφοράς, παρατηρούμε ότι μηδενίζεται σε δύο σημεία, τα $s - p_1 = 0$ και $s - p_2 = 0$, δηλαδή έχει δύο πόλους, τους $s = p_1$ και $s = p_2$. Δύναται να περιγράψουμε αυτούς τους πόλους με τον γενικό τύπο, που προκύπτει από την διακρίνουσα του παραπάνω πολυωνυμικού παρανομαστή, με τον εξής τρόπο:

$$p_{1,2} = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm j\omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}$$

Ο παραπάνω τύπος προσφέρει την δυνατότητα να συνειδητοποιήσουμε καλύτερα την σημασία που έχουν οι συντελεστές του πολυωνυμικού κλάσματος στις τιμές που θα πάρουν τελικά οι πόλοι. Οι συντελεστές αυτοί είναι οι εξής:

-Το ω_0 είναι η γνωστή συχνότητα πόλου, όπως περιγράφηκε και προηγουμένως.

-Το Q αποτελεί τον συντελεστή ποιότητας του πόλου.

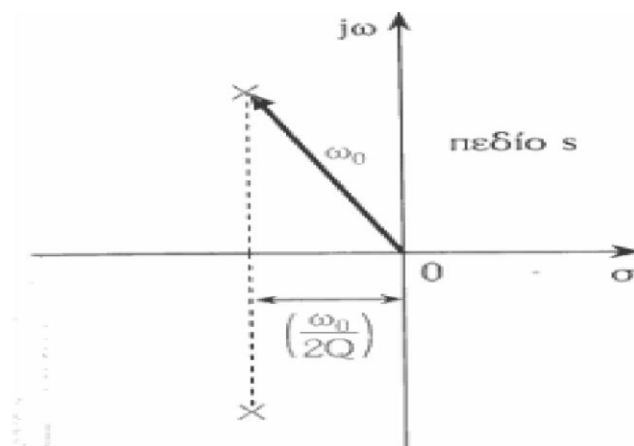
Όπως γίνεται εύκολα κατανοητό, το φίλτρο που περιγράφεται από τις παραπάνω εκφράσεις είναι δεύτερης τάξης, καθώς έχει δύο πόλους. Συνεπώς, οι μαθηματικές σχέσεις τόσο της συνάρτησης μεταφοράς, όσο και του γενικού τύπου εύρεσης πόλων, περιγράφουν φίλτρα δεύτερης τάξης.

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, τόσο η παραπάνω γενική εξίσωση, όσο και οι συντελεστές του αριθμητή της συνάρτησης μεταφοράς, μας δίνουν την δυνατότητα να βγάλουμε μερικά συμπεράσματα για την φύση των πόλων:

-Οι πόλοι είναι συζυγείς μιγαδικοί όταν $Q > 0,5$, και σε τέτοια περίπτωση παρατηρούμε υψηλότερο βαθμό επιλεκτικότητας στο φίλτρο, σε σχέση με την περίπτωση να είχαμε πραγματικούς πόλους.

-Τα μηδενικά καθορίζονται από τους συντελεστές του αριθμητή της συνάρτησης μεταφοράς, οι οποίοι, με την σειρά τους, καθορίζουν το είδος της συνάρτησης που υλοποιείται.

Θα πρέπει να αναφερθεί ότι οι πόλοι μιας συνάρτησης μεταφοράς (και οι συχνότητές τους) μπορούν να παραστηθούν γραφικά στο μιγαδικό πεδίο. Το παράδειγμα γραφικής αναπαράστασης που ακολουθεί, στην εικόνα 19, αναφέρεται σε ένα φίλτρο δεύτερης τάξης:



Εικόνα 19. Γραφική αναπαράσταση πόλων συχνότητας φίλτρου δεύτερης τάξης

Στο παραπάνω παράδειγμα, όπως αναμένεται, απεικονίζονται οι δύο πόλοι συχνότητας του φίλτρου δεύτερης τάξης με \times , οι οποίοι, συγκεκριμένα, είναι

μιγαδικοί (όπως φαίνεται και από το γράφημα, έχουν πραγματικό και φανταστικό μέρος) και συζυγείς (όπως επίσης φαίνεται από την εικόνα 19).

2.3.7.1 Ευστάθεια

Μία πολύ σημαντική ιδιότητα-προϋπόθεση των PLL, όπως προαναφέρθηκε, είναι η ευστάθεια του συνολικού συστήματος. Η παράγραφος αυτή θα μπορούσε να βρίσκεται θεματικά και στην γενικότερη παρουσίαση ενός PLL, όμως έχει σημασία να την εξετάσουμε μαζί με την αναλυτικότερη θεωρία των φίλτρων, καθώς θα βασιστούμε πάνω στις γνώσεις αυτής της ενότητας. Στην παράγραφο 2.3.6 που αναλύθηκε η θεωρία των πόλων και των μηδενικών ενός συστήματος φίλτρου, έγινε απλή αναφορά της σχέσης που υπάρχει ανάμεσα στην ευστάθεια του PLL και στους πόλους της συνάρτησης μεταφοράς που το περιγράφει, και σε αυτή την παράγραφο θα επεκταθούμε έτι περαιτέρω. Καταρχάς, χρειάζεται να τονισθεί ότι η προαναφερθείσα σχέση αφορά την μαθηματική ανάλυση του PLL, όπως περιγράφηκε στις προηγούμενες παραγράφους, στο σύνθετο μιγαδικό πεδίο της συχνότητας. Στο επίπεδο της κυκλωματικής συμπεριφοράς, μια ηλεκτρονική διάταξη με ανατροφοδότηση της εισόδου από την έξοδο εμπεριέχει τον κίνδυνο να έχει «ασταθή» απόκριση, που προσομοιάζει την συμπεριφορά ενός ταλαντωτή, με διακυμάνσεις στην κυματομορφή εξόδου. Για αυτόν ακριβώς τον λόγο, ένα γραμμικά χρονικά αναλλοίωτο σύστημα θα πρέπει να χαρακτηρίζεται από την ιδιότητα της ευστάθειας. Ένα PLL, εν' ολίγοις, θα πρέπει να είναι ευσταθές, ώστε να έχει πρακτική χρήση η ίδια η απόκρισή του.

Σε γενικές γραμμές, ένα σύστημα PLL είναι ευσταθές, όταν οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς βρίσκονται στο ημιεπίπεδο των τετμημένων των αρνητικών πραγματικών αριθμών (ή αλλιώς αριστερά του s επιπέδου των μιγαδικών αριθμών). Να σημειωθεί ότι τα μηδενικά της εξεταζόμενης συνάρτησης μεταφοράς δεν επηρεάζουν την τελική ευστάθεια του συστήματος, η οποία είναι αποκλειστικά συσχετιζόμενη με τους πόλους συχνότητας και μόνο. Ταυτόχρονα, ο βαθμός του πολωνύμου του αριθμητή θα πρέπει να είναι μικρότερος ή ίσος από τον βαθμό πολωνύμου του παρονομαστή. Τέλος, έχει ουσιαστική σημασία, αφού έχει γίνει σωστά η ανάλυση πόλων και μηδενικών, να σχεδιαστεί ο γεωμετρικός τόπος που περικλείει τις ρίζες της εξίσωσης (root locus contour), ώστε να οπτικοποιήσουμε γραφικά την ευστάθεια του συστήματος. Οι κανόνες που χρειάζεται να ακολουθηθούν για να το πραγματοποιήσουμε αυτό περιγράφονται αναλυτικά στην επόμενη υποπαράγραφο.

2.3.7.2 Σχεδίαση Γεωμετρικού Τόπου Ριζών (Root Locus Contour)

Όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως, η τεχνική εύρεσης του γεωμετρικού τόπου των ριζών ενός συστήματος καθορίζει την θέση των μηδενικών και των πόλων του στο σύνθετο πεδίο s και χρησιμοποιείται για την γραφική οπτικοποίηση της ευστάθειάς του. Το γράφημα απεικονίζει το πώς οι πόλοι (του συστήματος με ανάδραση) ποικίλουν ανάλογα με το κέρδος της επανάληψης (loop gain). Θα λάβουμε, σαφώς, υπόψιν τις βασικές προϋποθέσεις για την ευστάθεια, όπως αυτές περιγράφηκαν προηγουμένως, και κυρίως το γεγονός ότι για να έχουμε ένα ευσταθές σύστημα, θα πρέπει αυτό να διατηρεί όλους τους πόλους του στο αριστερό ημιεπίπεδο του άξονα των φανταστικών αριθμών. Η συσχέτιση των πόλων και των μηδενικών, εν συνεχεία, θα καθορίσει τον βαθμό της ευστάθειας. Το διάγραμμα του γεωμετρικού τόπου των ριζών μπορεί να σχεδιαστεί, με βάση τους κανόνες που ακολουθούν:

1. Ο γεωμετρικός τόπος ξεκινάει από τους πόλους της συνάρτησης μεταφοράς του συστήματος, με το ολικό κέρδος επανάληψης K να αρχίζει από την τιμή 0 και να τελειώνει στα μηδενικά της συνάρτησης μεταφοράς.
2. Ο αριθμός των «διακλαδώσεων» της γεωμετρικής θέσης των ριζών καθορίζεται από τον αριθμό των πόλων ή των μηδενικών, ανάλογα με το ποιος από τα δύο είναι μεγαλύτερος. Να σημειωθεί ότι ο αριθμός των μηδενικών στο άπειρο είναι η διαφορά των πεπερασμένων αριθμών πόλων και μηδενικών της συνάρτησης μεταφοράς του συστήματος.
3. Ο γεωμετρικός τόπος των ριζών οριοθετείται από τις ασύμπτωτες, των οποίων η γωνιακή θέση δίνεται από την σχέση:

$$\frac{(2n + 1)}{\#P - \#Z} \cdot \pi, \quad n = 0, 1, 2 \dots$$

Όπου $\#P$ είναι ο αριθμός των πόλων και $\#Z$ των μηδενικών.

4. Το σημείο τομής των ασύμπτωτων τοποθετείται στο κέντρο βαρύτητας της σχέσης:

$$\text{Center of Gravity: } C.G. = \frac{\Sigma P - \Sigma Z}{\#P - \#Z}$$

Όπου το ΣP υποδηλώνει το αριθμητικό άθροισμα των πόλων και αντίστοιχα το ΣZ το αριθμητικό άθροισμα των μηδενικών.

5. Η γεωμετρική θέση των ριζών δύναται να βρίσκεται σε ένα δοσμένο τμήμα του άξονα των πραγματικών αριθμών, μόνο αν το $\#P + \#Z$ στα δεξιά είναι περιττός αριθμός.
6. Τα σημεία που παρεκκλίνουν από το αρνητικό ημιεπίπεδο του άξονα των πραγματικών αριθμών μπορούν να βρεθούν από την σχέση:

$$\frac{dK}{ds} = 0$$

Όπου, όπως προαναφέρθηκε, το K αποτελεί το μεταβλητό loop gain που περιλαμβάνεται στην χαρακτηριστική εξίσωση.

Παράδειγμα 1. Εύρεση Root Locus Contour

Για να δούμε την πρακτική εφαρμογή των παραπάνω, θα εξετάσουμε ένα παράδειγμα εύρεσης του γεωμετρικού τόπου των ριζών μιας τυπικής συνάρτησης μεταφοράς ενός συστήματος. Ξεκινώντας, θεωρούμε ότι η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του συστήματός μας δίνεται από την εξής σχέση:

$$G(s) \cdot H(s) = \frac{K}{s(s + 4)}$$

Με βάση τον δεύτερο κανόνα που αναφέρθηκε, οι γεωμετρικές ρίζες της παραπάνω συνάρτησης μεταφοράς έχουν δύο «διακλαδώσεις» (καθώς, όπως αναλύθηκε, οι δύο πόλοι που έχει υπερισχύουν αριθμητικά των μηδενικών), οι οποίες ξεκινούν από τις θέσεις $s = 0$ και $s = -4$ και καταλήγουν σε δύο μηδενικά που βρίσκονται στο άπειρο (όπως μας υποδεικνύει ο πρώτος κανόνας). Για να βρούμε τις ασύμπτωτες θα χρησιμοποιήσουμε τον τρίτο κανόνα. Από την στιγμή που εντοπίζουμε δύο πόλους και κανένα μηδενικό, η εξίσωση γίνεται:

$$\frac{2n+1}{2} \cdot \pi = \begin{cases} \frac{\pi}{2}, \text{για } n = 0 \\ \frac{3\pi}{2}, \text{για } n = 1 \end{cases}$$

Έπειτα, σύμφωνα με τον τέταρτο κανόνα, μπορούμε να εντοπίσουμε την θέση του σημείου τομής των ασύμπτωτων, ως εξής:

$$s = \frac{\sum P - \sum Z}{\#P - \#Z} = \frac{(-4 - 0) - 0}{2 - 0}$$

$$s = -2$$

Το πρώτο σημείο που παρεκκλίνει από τον γεωμετρικό χώρο μπορεί να προσδιοριστεί με την βοήθεια του έκτου κανόνα, αλλά πρώτα θα πρέπει να ορίσουμε την χαρακτηριστική εξίσωση (C.E.), η οποία υπολογίζεται ως εξής:

$$C.E. = 1 + G(s) \cdot H(s) = 0$$

$$= 1 + \frac{K}{s(s+4)} = s^2 + 4s + K = 0$$

Αν λύσουμε ως προς K, θα πάρουμε:

$$K = -s^2 - 4s$$

Από εδώ και πέρα, το μόνο που μένει είναι να πάρουμε την πρώτη παράγωγο ως προς s της παραπάνω εξίσωσης, να θέσουμε την εξίσωση ίση με το μηδέν και να αναζητήσουμε τις ρίζες της. Έτσι θα καταλήξουμε στο πρώτο σημείο που παρεκκλίνει από τον γεωμετρικό μας τόπο. Πιο αναλυτικά, θα έχουμε:

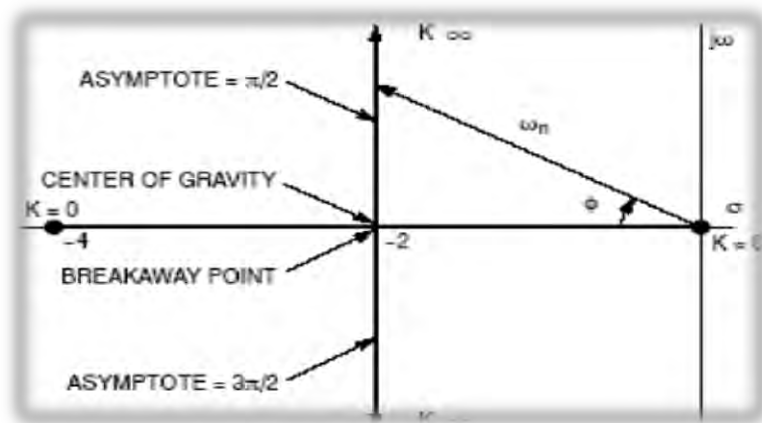
$$\frac{dK}{ds} = \frac{d(-s^2 - 4s)}{ds}$$

$$\frac{dK}{ds} = -2s - 4 = 0$$

ή αλλιώς $s = -2$

Οπότε, το σημείο $s = -2$ είναι το σημείο «αποχώρησης» από τον γεωμετρικό τόπο.

Συμπερασματικά, με βάση την πληροφορία που συλλέξαμε από τους παραπάνω κανονισμούς, μπορούμε πλέον να σχεδιάσουμε το root locus contour (εικόνα 20), ως εξής:



Εικόνα 20. Root Locus Contour δεύτερης τάξης

Όπως έχουμε ήδη διαπιστώσει, η συνάρτηση μεταφοράς του παραδείγματος περιγράφει ένα συγκεκριμένο σύστημα δεύτερης τάξης. Η κανονικοποιημένη μορφή της γενικής εξίσωσης που περιγράφει συστήματα δεύτερης τάξης είναι η εξής:

$$s^2 + 2\xi \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2$$

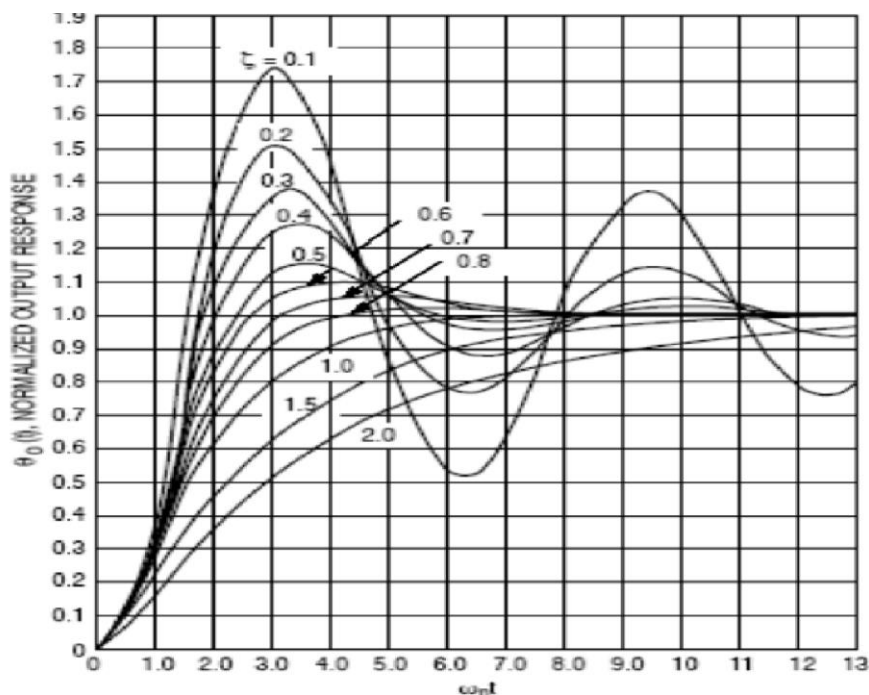
Συνεπώς, αν συγκρίνουμε την παραπάνω εξίσωση, με την χαρακτηριστική C.E. θα έχουμε:

$$- 2 \cdot \xi \cdot \omega_n \cdot s = 4 \cdot s \Rightarrow \xi \cdot \omega_n = 2 \quad (1)$$

$$- \omega_n^2 = K \Rightarrow K = \omega_n^2 \quad (2)$$

Όπου ξ είναι ο συντελεστής απόσβεσης (damping ratio), με $\xi = \cos\phi$, ($0^\circ < \phi < 90^\circ$) και το ω_n η φυσική συχνότητα (natural frequency), όπως φαίνονται στο root locus contour της εικόνας 20.

Παρακάτω, στην εικόνα 21, φαίνεται η απόκριση αυτού του συστήματος δεύτερης τάξης (και πρώτου τύπου), αν εφαρμόσουμε στην είσοδο βηματική συνάρτηση. Η μορφή της κάθε καμπύλης υποδεικνύει την απόκριση της φάσης της (σε είσοδο βηματικής συνάρτησης) για διάφορες τιμές συντελεστών απόσβεσης ξ .



Εικόνα 21. Απόκριση φάσης συστήματος δεύτερης τάξης με είσοδο βηματικής συνάρτησης, για διάφορα ξ

Παρατηρούμε ότι για $0 < \xi < 1$ η απόκριση έχει χαρακτηριστική μορφή φθίνουσας ημιτονοειδούς ταλάντωσης. Σε αυτό το εύρος τιμών απόσβεσης, όσο μεγαλύτερο είναι το ξ , τόσο μικρότερο είναι το πλάτος της απόκρισης. Σκοπός μας είναι το σήμα να φθίνει σε μικρό χρονικό διάστημα, ώστε να σταθεροποιηθεί σχετικά γρήγορα στην τελική του τιμή. Με αυτόν τον τρόπο διασφαλίζουμε την ευστάθεια του συστήματός μας. Στην ιδανική συνθήκη, κατά την οποία $\xi = 0$, η απόκριση του συστήματος θα είναι ελεύθερη ταλάντωση, περίπτωση που όμως δεν συναντάμε στον πραγματικό κόσμο και δεν μας ενδιαφέρει στην παρούσα διπλωματική εργασία, καθώς, όπως γνωρίζουμε, επιζητούμε την ευστάθεια του συστήματός μας. Επίσης, για την περίπτωση που $\xi \geq 1$, παρατηρούμε ότι δεν έχουμε πλέον ταλάντωση και αντιμετωπίζουμε το σύστημα με διαφορετικό τρόπο.

Επιπλέον, από την παραπάνω εικόνα, μπορούμε να εξάγουμε μία ακόμη σημαντική πληροφορία, αυτή την φορά για το overshoot (χωρίς αντιπροσωπευτική μετάφραση στα ελληνικά). Στην θεωρία του αυτόματου ελέγχου, ο όρος overshoot περιγράφει μια απόκριση που ξεπερνάει την τελική, steady state της τιμή (δηλαδή την σταθερή τιμή

που επιτυγχάνει μετά από αρκετό χρονικό διάστημα, δηλαδή στο άπειρο). Για συστήματα δεύτερης τάξης, μπορούμε να εκφράσουμε το επί τοις εκατό overshoot συναρτήσει του συντελεστή απόσβεσης ξ , ως εξής:

$$PO\% = 100 \cdot e^{\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

Με το ζ να είναι εναλλακτική απεικόνιση του συντελεστή απόσβεσης ξ .

Από την εικόνα 21 μπορούμε να συμπεράνουμε ότι το overshoot είναι συνάρτηση της απόσβεσης, και συγκεκριμένα ότι είναι μεγέθη αντιστρόφως ανάλογα (όσο μεγαλύτερη είναι η απόσβεση, τόσο μικρότερο είναι το overshoot), πράγμα που επαληθεύουμε και από την μαθηματική του έκφραση, όπως είδαμε στην μαθηματική σχέση που περιγράφει το overshoot. Να σημειωθεί ότι κάθε ξεχωριστή χαρακτηριστική απόκριση του διαγράμματος της εικόνας 21 είναι σχεδιασμένη σαν συνάρτηση του κανονικοποιημένου χρόνου $\omega n t$. Συνεπώς, για κάποιον δοσμένο συντελεστή απόσβεσης ξ και ένα συγκεκριμένο lock-up time t , μπορούμε εύκολα να υπολογίσουμε το απαραίτητο ωn που να ικανοποιεί τις επιθυμητές προδιαγραφές που έχουμε θέσει. Μπορούμε να επαληθεύσουμε τον παραπάνω ισχυρισμό με ένα απλό παράδειγμα:

Παράδειγμα 2.Υπολογισμός ωn :

Αν υποθέσουμε ότι:

$$\xi = 0,5$$

$$\text{σφάλμα} < 10\%$$

$$\text{για } t > 1\text{ms}$$

Για $\xi = 0,5$, το σφάλμα της καμπύλης είναι μικρότερο από το 10% της τελικής τιμής για οποιαδήποτε χρονική τιμή μεγαλύτερη από $\omega n t = 4,5$. Με αυτά τα δεδομένα, μπορούμε πλέον να υπολογίσουμε το $\omega n t$, με τον εξής τρόπο:

$$\omega n \cdot t = 4,5 \Rightarrow \omega n = 4,5 / t \Rightarrow \omega n = 4,5 / 0,001 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega n = 4,5 \text{ krad/sec}$$

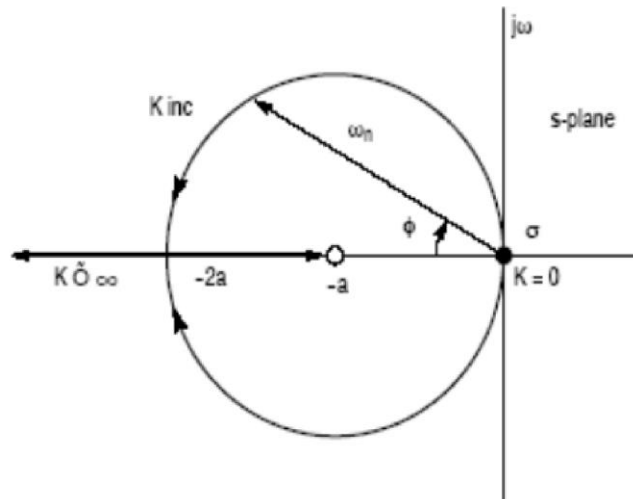
Συνήθως, επιλέγουμε για το ξ τιμές ανάμεσα σε 0,5 και 1, ώστε το σύστημά μας να αποδώσει το βέλτιστο overshoot, αλλά και το καλύτερο δυνατό noise performance (απόδοση θορύβου).

Παράδειγμα 3. Εύρεση Root Locus Contour συστήματος δεύτερης τάξης:

Ας εξετάσουμε μία ακόμα χαρακτηριστική συνάρτηση μεταφοράς, ακολουθώντας ολόκληρη την παραπάνω συλλογιστική πορεία. Έστω ότι έχουμε:

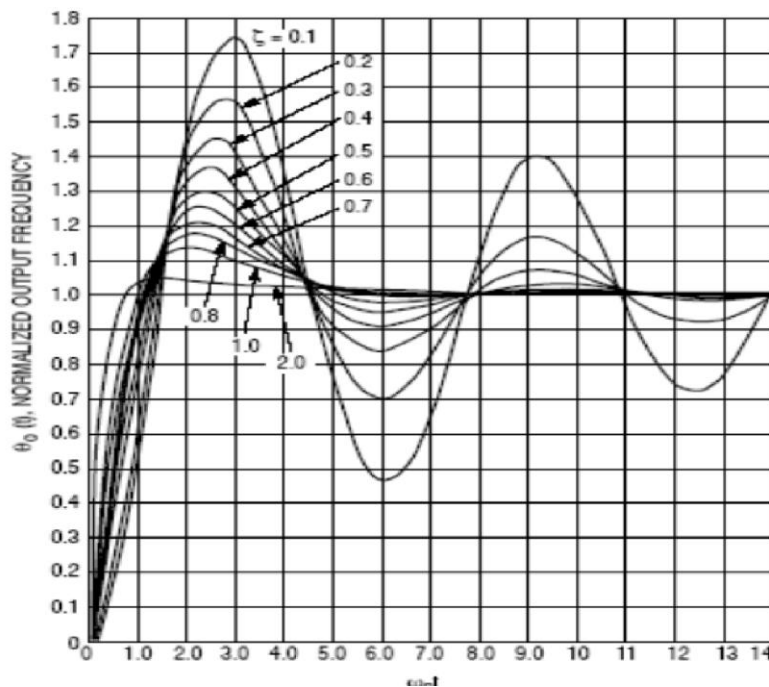
$$G(s) \cdot H(s) = \frac{(s + a)k}{s^2}$$

Παρατηρούμε ότι η παραπάνω εξίσωση περιγράφει ένα σύστημα δεύτερης τάξης και δεύτερου τύπου. Σε σχέση με το προηγούμενο παράδειγμα που αναλύθηκε, διαφοροποιητικό στοιχείο είναι ότι έχει προστεθεί στον αριθμητή ένα μηδενικό, ώστε να επιτυγχάνεται καλύτερα η ευστάθεια. Χωρίς αυτό το μηδενικό, οι πόλοι θα κινούνταν κατά μήκος του $j\omega$ άξονα σαν συνάρτηση του κέρδους και το σύστημα θα ήταν μονίμως υπό ταλάντωση στην πράξη, οπότε δεν θα επιτυγχάνονταν η ευστάθειά του. Ο γεωμετρικός τόπος των ριζών που περιγράφει το υπό εξέταση σύστημα, λοιπόν, φαίνεται στην παρακάτω εικόνα 22. Συνοπτικά, το root locus contour περιλαμβάνει δύο διακλαδώσεις, ξεκινώντας από την αρχή των αξόνων, με την ασύμπτωτη που συνοδεύει την πρώτη διακλάδωση να βρίσκεται στις 180° . Το κέντρο βάρους του γεωμετρικού μας τόπου είναι το $s = -a$. Ωστόσο, όπως παρατηρούμε, ελλείπει άλλης ασύμπτωτης, δεν υπάρχει τομή ασύμπτωτων στο συγκεκριμένο σημείο, συνεπώς, το $s = -a$ δεν χαρακτηρίζεται ως σημείο τομής (intersection point). Εν τέλει, το root locus contour βρίσκεται σε έναν κύκλο, με κέντρο το $s = -a$, και ακτίνα a . Δηλαδή, ο κύκλος αυτός συμπεριλαμβάνει το σημείο $s = 0$ και τοποθετεί την οριζόντια διάμετρό του πάνω σε συγκεκριμένο τμήμα του αρνητικού άξονα των πραγματικών αριθμών ($-2a < s \leq 0$). Σημείο «αποχώρησης» (breakaway point), όπως παρατηρούμε, είναι το $s = -2a$.



Εικόνα 22. Root locus contour παραδείγματος συστήματος δεύτερης τάξης και δεύτερου τύπου

Το αντίστοιχο διάγραμμα φάσης ή απόκριση συχνότητας του παραπάνω παραδείγματος συστήματος δεύτερου τύπου και δεύτερης τάξης (με τον γεωμετρικό τόπο ριζών να φαίνεται στην εικόνα 22), με είσοδο την βηματική συνάρτηση (δηλαδή την step position, για απόκριση φάσης) ή την συνάρτηση ταχύτητας (δηλαδή velocity, για απόκριση συχνότητας), φαίνεται πιο κάτω, στην παρακάτω εικόνα 23. Όπως παρατηρήσαμε και προηγουμένως, στο παράδειγμα 2. , αν μας είναι γνωστά το lock-up time t και ο συντελεστής απόσβεσης ξ , μπορούμε εύκολα και απλά να υπολογίσουμε και την φυσική συχνότητα ω_n .



Εικόνα 23. Απόκριση συστήματος δεύτερης τάξης, με είσοδο βηματικής συνάρτησης για διάφορα ζ

2.3.8 Εύρος Ζώνης (Bandwidth)

Το εύρος ζώνης (bandwidth) είναι μια σημαντικό μέγεθος για την μελέτη ηλεκτρονικών διατάξεων και κυκλωμάτων και μας δίνει πληροφορία για τα φάσματα συχνοτήτων των ηλεκτρικών σημάτων. Όπως είναι γνωστό, κάθε πηγή εκπέμπει σε ορισμένες συχνότητες που καθορίζουν και την ζώνη εκπομπής, ή αλλιώς φάσμα (spectrum), δηλαδή το εύρος των συχνοτήτων που περιέχει το σήμα. Υπό αυτή την συλλογιστική, ορίζουμε ως εύρος ζώνης ενός σήματος ή συστήματος την έννοια περιγράφει το μέγεθος του φάσματος (σε Hz), δηλαδή, την περιοχή συχνοτήτων στην οποία το σήμα συγκεντρώνει το φασματικό του περιεχόμενο. Εάν το σήμα είναι αυστηρά περιορισμένο σε μια περιοχή συχνοτήτων, τότε, μπορούμε να θεωρήσουμε ως εύρος ζώνης την διαφορά της μεγαλύτερης από την μικρότερη συχνότητα που εμφανίζονται ($f_{\max} - f_{\min}$). Τα φίλτρα, όπως γνωρίζουμε, αποτελούν ηλεκτρονικές διατάξεις που αποκόπτουν μέρος του φάσματος συχνοτήτων των σημάτων που λαμβάνουν στην είσοδό τους, έχουν δηλαδή περιορισμένο εύρος ζώνης. Ο όρος στον οποίο θα επικεντρωθούμε σε αυτήν την παράγραφο, ωστόσο, είναι το 3-db bandwidth, που δηλώνει το εύρος ζώνης κατά το οποίο το φάσμα ισχύος του σήματος μειώνεται στο μισό της μέγιστης τιμής του, ή αλλιώς, το εύρος ζώνης στο οποίο το φασματικό πλάτος μειώνεται στο $1/\sqrt{2}$ της μέγιστης τιμής του.

Γενικά, για να υπολογίσουμε το 3-db bandwidth (ω_{3dB}) ενός συστήματος οποιασδήποτε τάξης, πρέπει να λύσουμε την εξίσωση:

$$20 \log |H(j\omega)| = -3dB$$

Αναμένουμε ότι το ω_{3dB} θα επηρεάζεται άμεσα από τον συντελεστή απόσβεσης ξ (όπως είδαμε στα γραφήματα των αποκρίσεων στην προηγούμενη παράγραφο), αλλά και από την φυσική συχνότητα του σήματος. Όπως παρατηρούμε από την παρακάτω σχέση, το 3-db bandwidth όντως εξαρτάται από αυτά τα μεγέθη.

Για συστήματα δεύτερης τάξης και πρώτου τύπου, το 3-db bandwidth δίνεται από την σχέση:

$$\omega_{3dB} = \omega_n \cdot (1 - 2\xi^2 + \sqrt{2 - 4\xi^2 + 4\xi^4})^{\frac{1}{2}}$$

Για συστήματα δεύτερης τάξης και δεύτερου τύπου, το 3-db bandwidth δίνεται από την σχέση:

$$\omega_{3dB} = \omega_n \cdot (1 + 2\xi^2 + \sqrt{2 + 4\xi^2 + 4\xi^4})^{\frac{1}{2}}$$

Για να βρούμε μια σχέση που να περιγράφει το 3-db bandwidth συστημάτων τρίτης τάξης (και έστω δεύτερου τύπου), όπως είδαμε και παραπάνω, αρκεί να λύσουμε την $20 \log |H(j\omega)| = -3 \text{ db}$, αντικαθιστώντας την συνάρτηση μεταφοράς $H(j\omega)$ με την χαρακτηριστική εξίσωση συστήματος τρίτης τάξης:

$$H(s) = \frac{K(s + \frac{\omega_0}{3})^2}{s^3 + Ks^2 + \frac{2K\omega_0}{3}s + K(\frac{\omega_0}{3})^2}$$

Αν θεωρήσουμε τις κλασικές περιπτώσεις, όπου

$$K = 9/4 \cdot \omega_0$$

$\xi = 0,707$ (για την πορεία των πράξεων)

τότε:

$$20 \log \left| \frac{\omega o^2 + j \cdot 2\xi \cdot \omega o \cdot \omega_{3db}}{(\omega o^2 - \omega_{3db}^2) + j \cdot 2\xi \cdot \omega o \cdot \omega_{3db}} \right| = -3 \text{ dB}$$

\Rightarrow

$$\frac{\omega o^4 + 4\xi^2 \cdot \omega o^2 \cdot \omega_{3db}^2}{(\omega o^2 - \omega_{3db}^2)^2 + 4\xi^2 \cdot \omega o^2 \cdot \omega_{3db}^2} = \frac{1}{2}$$

Τότε, αντικαθιστώντας το dumping factor ξ :

$$\omega_{3db}^4 - 4\omega o^2 \cdot \omega_{3db}^2 - \omega o^4 = 0$$

$$\xrightarrow{\xi=0,707}$$

$$\omega_{3db} = 2,06 \cdot \omega o$$

Οι υπόλοιπες ρίζες απορρίπτονται.

Η παραπάνω έκφραση περιγράφει το 3-db bandwidth συστημάτων τρίτης τάξης (και έστω δεύτερου τύπου), υπό την τυπική υπόθεση ότι $\mathbf{K} = \mathbf{9/4} \cdot \mathbf{\omega 0}$ και $\xi = \mathbf{0,707}$.

Κεφάλαιο 3^ο : Σχεδίαση και Προσομοίωση PLL στο ADS

3.1 Σχετικά με το ADS

Το Advanced Design System (ή αλλιώς ADS) είναι ένα software σύστημα Computer-Aided Design (CAD) από την Keysight EEsof EDA, της Keysight Technologies. Ουσιαστικά, αποτελεί ένα εργαλείο Electronic Design Automation (EDA), δηλαδή ηλεκτρονικής σχεδίασης αναλογικών και ψηφιακών συστημάτων. Το ADS παρέχει ένα ολοκληρωμένο περιβάλλον σχεδίασης διάφορων ηλεκτρονικών συστημάτων και εφαρμογών για τηλεπικοινωνίες, ασύρματα δίκτυα, συστήματα ραντάρ, συνδέσεις υψηλής ταχύτητας δεδομένων κα. Μπορεί να προσομοιώνει περίπλοκα συστήματα και διατάξεις, να κάνει γρήγορους και ακριβείς υπολογισμούς και μετρήσεις, να αναπαριστά γραφικά δεδομένα και αποκρίσεις με μεγάλη ακρίβεια, καθώς μπορεί και να παρουσιάζει το τελικό αποτέλεσμα στις πραγματικές του διαστάσεις, με 3D προβολή. Οι δυνατότητες που προσφέρει, καθώς και η αξιοπιστία των μετρήσεών του το καθιστά ένα σημαντικό εργαλείο βιομηχανικού design. Το τμήμα ΗΜΜΥ του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας έχει εξασφαλίσει εργαστηριακές άδειες χρήσης του ADS 2008, δίνοντας στην παρούσα Διπλωματική Εργασία την δυνατότητα να παρουσιάσει πειραματικά αποτελέσματα και συμπεράσματα. Να σημειωθεί ότι, όσον αφορά στο πειραματικό μέρος της μελέτης του PLL στο ADS, θα τροποποιηθούν οι συνολικές σχεδιαστικές παράμετροι και η τοπολογία του LPF του πρότυπου παραδείγματος εφαρμογής που αναπτύσσει ο Albert Franceschino στο “Phase Locked Loop Primer and Application to Digital European Cordless Phone” , ώστε να ταιριάζουν στις απαιτήσεις της συγκεκριμένης Διπλωματικής Εργασίας. Οι εξισώσεις υπολογισμού των filter component values, loop bandwidth και phase margin βασίζονται στην μελέτη του Andrzej Przepelski στο “Optimize phase-lock loops to meet your needs – or determine why you can’t”.

3.2 Σχεδίαση Βαθυπερατού φίλτρου

3.2.1 Εισαγωγή και περιγραφή μελέτης

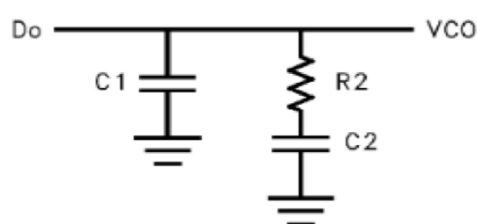
Στο προηγούμενο, θεωρητικό μέρος της διπλωματικής αυτής εργασίας έγινε μια εισαγωγή στην σημασία των αναλογικών φίλτρων, στις συμπεριφορά που έχει μια

παθητική βαθυπερατή διάταξη φιλτραρίσματος, στο πως την αναλύουμε γραμμικά στο σύνθετο πεδίο της μιγαδικής συχνότητας, είτε αυτόνομα είτε ως μέρος ενός συνολικότερου (PLL) συστήματος. Επιπρόσθετα, αναλύθηκαν οι μέθοδοι απλοποίησης σύνθετων συνδεσμολογιών functional blocks, το πως χαρακτηρίζουμε ένα φίλτρο με βάση την τάξη και τον τύπο του, τον τρόπο χειρισμού ενός συστήματος αυτόματου ελέγχου, την ανάλυση του με την βοήθεια πόλων και μηδενικών, το πως εξασφαλίζουμε την ευστάθειά του, το πως αναπαριστούμε γραφικά τις ρίζες του στο root locus contour, αλλά και τα μεγέθη που περιγράφουν ένα LPF και ένα συνολικότερο PLL σύστημα, ενθέτοντας, όπου χρειάστηκε, παραδείγματα προς καλύτερη κατανόηση βασικών εννοιών.

Σε αυτή την παράγραφο, θα ασχοληθούμε με την προσομοίωση της συμπεριφοράς του βαθυπερατού φίλτρου που θα χρησιμοποιηθεί στο PLL, ώστε να εξασφαλίσουμε την ορθή λειτουργία του. Ξεκινώντας, θα επιλέξουμε την τάξη του LPF, ώστε να διασφαλίζεται η ευστάθεια και η αποτελεσματικότητα της λειτουργίας του, θα προσδιορίσουμε τις τιμές των αντιστάσεων R και των πυκνωτών C που περιλαμβάνονται στην διάταξη (θα χρησιμοποιήσουμε ένα RC παθητικό φίλτρο), καθώς και τις χρονικές σταθερές T που χαρακτηρίζουν την λειτουργία του φίλτρου. Στη συνέχεια, θα αναλύσουμε ένα παράδειγμα σχεδιασμού ενός τέτοιου, χαμηλοπερατού φίλτρου και θα το αναλύσουμε γραμμικά, με την βοήθεια του Microsoft Excel 2010. Μετά από τα παραπάνω, θα είμαστε σε θέση να χρησιμοποιήσουμε συγκεκριμένες παραμέτρους, ώστε να σχεδιάσουμε και να προσομοιώσουμε αρχικά το Low-Pass Filter και, εν συνεχεία, ολόκληρο το Phase Locked Loop στο Advanced Design System.

3.2.2 Γραμμική ανάλυση και επιλογή φίλτρου

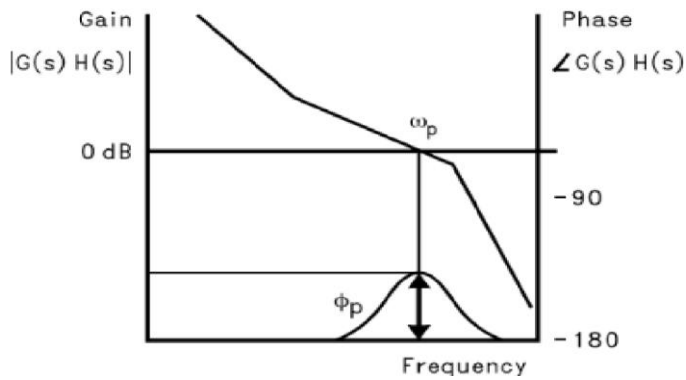
Θα ξεκινήσουμε την ανάλυσή μας εξετάζοντας ένα φίλτρο δεύτερης τάξης. Η πρότυπη μορφή μιας παθητικής διάταξης φιλτραρίσματος δεύτερης τάξης για μία τυπική αντλία φορτίου (Charge Pump) δεύτερου τύπου φαίνεται στην εικόνα 24. Το loop filter έχει μια σύνθετη ολική αντίσταση, παράλληλη στον πυκνωτή εισόδου του VCO, και αποτελεί, εν' ολίγοις, μια διάταξη οδήγησης.



Εικόνα 24. Παθητικό φίλτρο δεύτερης τάξης

Οι πηγές ρεύματος του phase detector αποδίδουν το φορτίο της αντλίας στο loop filter, το οποίο, εν συνεχεία, το μετατρέπει στην τάση ελέγχου εισόδου (control voltage) του VCO. Ο πυκνωτής C1 στην πρώτη διακλάδωση προτείνεται, ώστε να αποφύγουμε τα διακριτά «βήματα» τάσης στη θύρα ελέγχου του ταλαντωτή, λόγω των στιγμιαίων αλλαγών στο ρεύμα εξόδου του charge pump. Οπότε, χρειάζεται μια διάταξη χαμηλοπερατού φίλτρου, ώστε, πέραν των άλλων, να αποκόπτει επιπλέον και τα reference sidebands (δηλαδή τις πλευρικές διεγέρσεις του σήματος αναφοράς), γνωστά και ως spurs, κάτι που απαιτούν πολλές υψηλής απόδοσης εφαρμογές σύνθεσης.

Μία κλασική μέθοδος σχεδίασης φίλτρων - την οποία και θα ακολουθήσουμε- χρησιμοποιεί το gain bandwidth ανοιχτού βρόγχου και το phase margin για να προσδιορίσει τις τιμές των επί μέρους μονάδων του φίλτρου. Το να εντοπίσουμε και να χρησιμοποιήσουμε το σημείο της ελάχιστης μετατόπισης φάσης (phase shift) του unity gain frequency στην απόκριση του ανοιχτού βρόγχου είναι μια τακτική που εξασφαλίζει την ευστάθεια του βρόγχου. Ο εντοπισμός αυτού του σημείου φαίνεται στην εικόνα 25. Επίσης, η φασική σχέση ανάμεσα στους πόλους και τα μηδενικά θα μας επιτρέψει να προσδιορίσουμε εύκολα τις τιμές των επί μέρους μονάδων του φίλτρου. Το phase margin ϕ_p , που αναφέρθηκε προηγουμένως, ορίζεται ως η φασική διαφορά ανάμεσα στις 180° και τη φάση της συνάρτησης μεταφοράς ανοιχτού βρόγχου στο σημείο συχνότητας ω_p , που αντιστοιχεί σε 0 dB κέρδος. Μπορούμε να κατανοήσουμε καλύτερα τον όρο, με την βοήθεια της εικόνας 25. Συγκεκριμένα, για 0 dB κέρδος (του κάθετου άξονα) χαράσσουμε μία οριζόντια γραμμή. Η τομή της γραμμής αυτής με την απόκρισή μας μαρκάρει το σημείο p (και τις συντεταγμένες του σε οριζόντιο και κάθετο άξονα). Συνεπώς, η συχνότητα στο σημείο αυτό δίνει το ω_p , ενώ η αντιστοίχιση του p στην απόκριση φάσης δίνει το ϕ_p . Στις αρχικές προδιαγραφές του συστήματος, για το phase margin, επιλέγονται συνήθως τιμές ανάμεσα σε 30° και 70° . Εάν θελήσουμε να σχεδιάσουμε ένα σύστημα με μεγαλύτερο phase margin, θα υποβαθμίσουμε νομοτελειακά το υψηλό επίπεδο ευστάθειάς του, με «αντάλλαγμα» την (χρονικά) βραδύτερη απόκριση του βρόγχου και το μικρότερο attenuation (απόσβεση) της συχνότητας αναφοράς Reference. Μία γνωστή σύμβαση προτρέπει να ξεκινήσουμε με 45° phase margin, και αυτό ακριβώς θα κάνουμε, σε αυτή την διπλωματική εργασία.



Εικόνα 25. Απόκριση ανοιχτού βρόγχου (ή αλλιώς Bode plot)

Η σύνθετη αντίσταση του φίλτρου δεύτερης τάξης, όπως αυτό φαίνεται στην εικόνα 24, είναι η εξής:

$$Z(s) = \frac{sC2 \cdot R2 + 1}{s^2C1 \cdot C2 \cdot R2 + sC1 + sC2}$$

Σε αυτό το σημείο θα ορίσουμε τις χρονικές σταθερές, οι οποίες καθορίζουν τους πόλους και τα μηδενικά συχνότητας της συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου:

$$T1 = R2 \cdot \frac{C1 \cdot C2}{C1 + C2}$$

$$T2 = R2 \cdot C2$$

Συνεπώς, μπορούμε να υπολογίσουμε το κέρδος ανοιχτού βρόγχου του PLL τρίτης τάξης (πίνακας εικόνας 18), σε συνάρτηση της συχνότητας ω , των χρονικών σταθερών του φίλτρου $T1$ και $T2$, αλλά και των σταθερών K_ϕ , K_{VCO} και N , οι οποίες καθορίζονται από τον σχεδιαστή του συστήματος. Εν' ολίγοις, το open loop gain για το σύστημα είναι:

$$G(s) \cdot H(s) = \frac{-K_\phi \cdot K_{VCO}(1 + j\omega \cdot T2)}{\omega^2 \cdot C1 \cdot N(1 + j\omega \cdot T1)} \cdot \frac{T1}{T2}$$

Για $s = j\omega$

Από αυτή την σχέση, παρατηρούμε ότι η φάση θα εξαρτάται από τον μοναδικό πόλο και μηδενικό που καθορίζουν την παρακάτω σχέση για το phase margin, το οποίο, λοιπόν, εξαρτάται άμεσα από τα C1 και C2.

$$\varphi(\omega) = \tan^{-1}(\omega \cdot T2) - \tan^{-1}(\omega \cdot T1) + 180^\circ$$

Αν πάρουμε την πρώτη παράγωγο του phase margin ως προς την συχνότητα ω και την θέσουμε ίση με το μηδέν:

$$\frac{d\varphi}{d\omega} = \frac{T2}{1 + (\omega \cdot T2)^2} - \frac{T1}{1 + (\omega \cdot T1)^2} = 0$$

Το σημείο της συχνότητας που αντιστοιχεί στην ανύψωση της απόκρισης φάσης (στο σημείο p) εξαρτάται άμεσα από τις χρονικές σταθερές και η σχέση που την περιγράφει είναι η εξής:

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{nT2 \cdot nT1}}$$

Για να διασφαλίσουμε την ευστάθεια του συστήματός μας, επιθυμούμε να μεγιστοποιήσουμε το phase margin στο σημείο όπου το open loop gain του βρόγχου είναι 0 dB (ή αλλιώς το open loop gain να ισούται με 1). Συνεπώς, αν αναλύσουμε τη σχέση του open loop gain με αυτά τα δεδομένα, θα έχουμε:

$$C1 = \frac{K_\varphi \cdot K_{VCO} \cdot T1}{\omega_p^2 \cdot N \cdot T2} \cdot \left| \frac{1 + j\omega_p \cdot T2}{1 + j\omega_p \cdot T1} \right|$$

Επομένως, έχοντας προσδιορίσει την μαθηματική περιγραφή του loop bandwidth ω_p και του phase margin φ_p , μπορούμε να καταλήξουμε στην μαθηματική περιγραφή των T1 και T2, από τις εξισώσεις:

$$T1 = \frac{\sec \varphi_p - \tan \varphi_p}{\omega_p}$$

$$T2 = \frac{1}{\omega_p^2 \cdot T1}$$

Πλέον, έχοντας εκφράσει τις χρονικές σταθερές T1 και T2, το loop bandwidth ω_p , μπορούμε να προσδιορίσουμε και τις τιμές των C1, R2 και C2, ως εξής:

$$C1 = \frac{T1}{T2} \cdot \frac{K_\varphi \cdot K_{VCO}}{\omega_p^2 \cdot N} \cdot \sqrt{\frac{1 + (\omega_p \cdot T2)^2}{1 + (\omega_p \cdot T1)^2}}$$

$$C2 = C1 \cdot \left(\frac{T2}{T1} - 1 \right)$$

$$R2 = \frac{T2}{C2}$$

Σε αυτό το σημείο πρέπει να κάνουμε ορισμένες παρατηρήσεις.

Καταρχάς, η εναλλαγή του ρεύματος προσθέτει θόρυβο, τόσο στους διαιρέτες της συχνότητας όσο και στο charge pump, με αποτέλεσμα να επηρεάζεται η συχνότητα αναφοράς Fref, καθώς μπορεί να προκύψουν ανεπιθύμητα FM sidebands (spurs) στην RF έξοδο. Στις ασύρματες επικοινωνίες, η σύγκριση συχνότητας του PFD είναι γενικά ένα πολλαπλάσιο του διαστήματος των καναλιών (channel spacing). Αυτά τα ψευδοσήματα μπορούν να προκαλέσουν θόρυβο και σε γειτονικά κανάλια (channels). Συνεπώς, συχνά θα χρειάζεται κάποια επιπλέον διάταξη φιλτραρίσματος που θα αποκόπτει τα reference spurs, ανάλογα με το πόσο οριακή θα είναι η συμπεριφορά του φίλτρου. Το γεγονός ότι τα lock times που απαιτούνται για την εναλλαγή μεταξύ των channel frequencies είναι μικρότερα της τάξεως των milliseconds καθιστά αναγκαίο ένα μεγαλύτερο loop filter. Θα προσπαθήσουμε να ξεπεράσουμε τα παραπάνω ζητήματα επεκτείνοντας την διάταξή μας, σε μια RC διάταξη τρίτης τάξης.

Για τέτοιες, κρίσιμης απόδοσης εφαρμογές σύνθεσης συχνοτήτων, το να τοποθετήσουμε στην υπάρχουσα διάταξη μία σειριακή αντίσταση και έναν διακλαδωμένο πυκνωτή πριν τον VCO, παρέχει στο σύστημα έναν χαμηλοπερατό πόλο για μεγαλύτερο attenuation (απόσβεση) των ανεπιθύμητων spurs. Η χρήση ενός παθητικού φίλτρου αφαιρεί την δυνητική συνεισφορά θορύβου από έναν τελεστικό ενισχυτή σε ένα ενεργό φίλτρο. Αυτή η παρατήρηση είναι ιδιαίτερα σημαντική, λόγω των αυστηρών περιορισμών που υπάρχουν σε RMS, σφάλμα φάσης, αλλά και ενσωματωμένο θόρυβο φάσης.

Με το προστιθέμενο attenuation, λόγω της επέκτασης της διάταξής μας, το συνολικό attenuation του χαμηλοπερατού φίλτρου, πλέον, γίνεται:

$$ATTEN = 10 \log[(2\pi \cdot F_{REF} \cdot R3 \cdot C3)^2 + 1]$$

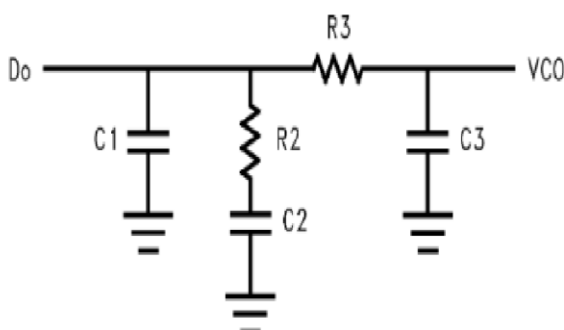
Επίσης, λόγω της προστιθέμενης βαθμίδας RC στο φίλτρο μας, δημιουργείται η ανάγκη προσδιορισμού μιας ακόμα χρονικής σταθεράς, της T3, η οποία ορίζεται ως εξής:

$$T3 = R3 \cdot C3$$

Έτσι, αν θέλουμε να εκφράσουμε την T3 συναρτήσει του attenuation των reference spurs που προστίθεται από τον επιπλέον χαμηλοπερατό πόλο, θα έχουμε την εξής σχέση:

$$T3 = \sqrt{\frac{10^{\left(\frac{ATTEN}{10}\right)} - 1}{(2\pi \cdot F_{REF})^2}}$$

Συμπερασματικά, η συνολική διάταξη του φίλτρου που εξετάζουμε, μετά την προσθήκη ενός τρίτου χαμηλοπερατού πόλου, ο οποίος την μετατρέπει σε ένα σύστημα τρίτης τάξης, θα είναι όπως φαίνεται στην εικόνα 26:



Εικόνα 26. Συνολική διάταξη χαμηλοπερατού φίλτρου τρίτης τάξης

Ο επιπρόσθετος πόλος θα πρέπει να είναι μικρότερος από την συχνότητα αναφοράς, ώστε να αποσβένει αποτελεσματικά τα spurs, όμως, την ίδια στιγμή, θα πρέπει να είναι το λιγότερο πέντε φορές μεγαλύτερος από το loop bandwidth, ειδάλλως το σύστημα θα γίνει νομοτελειακά ασταθές. Επίσης, η προσθήκη της επιπρόσθετης βαθυπερατής βαθμίδας φιλτραρίσματος μας αναγκάζει να υπολογίσουμε εκ νέου τις τιμές των μονάδων του φίλτρου, αυτή την φορά χρησιμοποιώντας το καινούριο open loop unity gain frequency ω_c , ο προσδιορισμός του οποίου φαίνεται στην παρακάτω μαθηματική εξίσωση. Με τα καινούργια δεδομένα, παρατηρούμε μείωση του phase margin. Η συγκεκριμένη μείωση, που προκαλείται από την προσθήκη της τρίτης RC βαθμίδας, στη συνέχεια μετριάζεται από την ελάχιστη αύξηση των τιμών των C1 και C2, παράλληλα με την ελάχιστη μείωση της R2. Να σημειωθεί ότι το ω_c είναι ελάχιστα μικρότερο από το ω_p , γεγονός που σημαίνει ότι το frequency jumplock time θα αυξηθεί. Για να κάνουμε αυτή την γραμμική ανάλυση, αναμενόμενα, έγιναν κάποιες μαθηματικές προσεγγίσεις. Παρά αυτόν τον ισχυρισμό, λοιπόν, η σχεδιαστική τακτική που ακολουθήσαμε μας παρέχει αρκετά ικανοποιητικά αποτελέσματα για loop filter bandwidths που φτάνουν μέχρι και το 1/5 του λόγου του σήματος αναφοράς. Όσον αφορά στον προσδιορισμό του ω_c , μετά από την επεξεργασία των εξισώσεων που εξετάσαμε προηγουμένως, θα καταλήξουμε στην εξής σχέση:

$$\frac{1}{\omega_c^2 \cdot (T1 + T3)}$$

$$\omega_c = \frac{\tan \varphi \cdot (T1 + T3)}{(T1 + T3)^2 + T1 \cdot T3} \cdot \left[\sqrt{1 + \frac{(T1 + T3)^2 + T1 \cdot T3}{[\tan \varphi \cdot (T1 + T3)]^2}} - 1 \right]$$

Για τα C1,C2 και R2 θα έχουμε:

$$C1 = \frac{T1}{T2} \cdot \frac{K_\varphi \cdot K_{VCO}}{\omega_p^2 \cdot N} \cdot \sqrt{\frac{1 + \omega_c^2 \cdot T2^2}{(1 + \omega_c^2 \cdot T1^2) \cdot (1 + \omega_c^2 \cdot T3^2)}}$$

Παρόμοια με το φίλτρο δεύτερης τάξης, θα έχουμε:

$$C2 = C1 \cdot \left(\frac{T2}{T1} - 1 \right)$$

$$R2 = \frac{T2}{C2}$$

Σε αυτό το σημείο, για τον προσδιορισμό των μονάδων της τρίτης RC βαθμίδας, θα πρέπει να κάνουμε κάποιον συμβιβασμό. Από την στιγμή που αυτές οι μονάδες περιγράφονται μόνο από αυτές τις εξισώσεις, οι τιμές που λαμβάνουν είναι σχετικά αυθαίρετες. Ωστόσο, υπάρχουν και κάποιοι περιορισμοί σε αυτή τη συλλογιστική, όπως, για παράδειγμα, το ότι γενικά, δεν είναι συνετή επιλογή να έχει το C3 ίση ή μεγαλύτερη τιμή από τα C1 και C2. Μία κλασική σύμβαση είναι το να επιλέγουμε $C3 \geq C1 / 10$, αλλιώς το T3 θα επιδράσει στους πρώτους πόλους συχνότητας του φίλτρου. Με παρόμοιο τρόπο, επιλέγουμε την αντίσταση R3 τουλάχιστον διπλάσια από την R2. Επίσης, όταν επιλέγουμε τιμή για το C3, θα πρέπει να λαμβάνουμε υπόψιν την χωρητικότητα του πυκνωτή της εισόδου του VCO.

3.2.3 Παράδειγμα υπολογισμού παραμέτρων φίλτρου για εφαρμογή

Το παράδειγμα που ακολουθεί είναι μια χαρακτηριστική εφαρμογή σύνθεσης που αναπτύχθηκε για τα πρότυπα κινητής τηλεφωνίας του Global System Mobile (GSM). Σε αυτή την εφαρμογή χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος σχεδίασης φίλτρου που περιγράφηκε στην προηγούμενη παράγραφο. Το RF channel spacing ορίζεται στα 200 KHz, ενώ το synthesizer frequency range κυμαίνεται από 865 MHz έως 915 MHz. Από την στιγμή που το βαθυπερατό φίλτρο θα μειώσει, έστω και ελάχιστα, το closed loop bandwidth, θα είναι συνετό να επιλεγεί μία σχεδιαστική τιμή ελαφρώς μεγαλύτερη από την επιθυμητή.

Ξεκινώντας το παράδειγμα σχεδίασης του φίλτρου μας, θα αρχικοποιήσουμε την τιμή όλων των σχεδιαστικών παραμέτρων, όπως τις έχουμε περιγράψει καθόλη την διάρκεια της παρούσης εργασίας, δηλαδή τις τιμές των KVCO, K_φ, RF_{opt}, F_{REF}, N, ω_p και φ_p. Συγκεκριμένα, θα έχουμε:

$$K_{VCO} = 20 \frac{MHz}{Volt}$$

$$K_{\varphi} = 5 \frac{mA}{2\pi rad}$$

$$RF_{opt} = 900 MHz$$

$$F_{REF} = 200 KHz$$

$$N = \frac{RF_{opt}}{F_{REF}} = 4500$$

$$\omega_p = 2\pi \cdot 20 \text{ KHz} = 1,257 \cdot 10^5 \frac{rad}{sec}$$

$$\varphi_p = 45 \text{ deg}$$

$$ATTEN = 10 \text{ dB}$$

Χρησιμοποιώντας, λοιπόν, την μέθοδο σχεδίασης φίλτρου που περιγράφηκε στην προηγούμενη παράγραφο, θα προσδιορίσουμε γραμμικά τις τιμές των T1, T2, T3, C1, C2, C3, R2, R3 και ω_c . Η πορεία θα είναι η εξής:

$$T1 = \frac{\sec \varphi_p - \tan \varphi_p}{\omega_p} = 3,296 \cdot 10^{-6} \text{ sec}$$

$$T3 = \sqrt{\frac{10^{\left(\frac{ATTEN}{10}\right)} - 1}{(2\pi \cdot F_{REF})^2}} = 2,387 \cdot 10^{-6} \text{ sec}$$

$$\begin{aligned} \omega_c &= \frac{\tan \varphi \cdot (T1 + T3)}{(T1 + T3)^2 + T1 \cdot T3} \cdot \left[\sqrt{1 + \frac{(T1 + T3)^2 + T1 \cdot T3}{[\tan \varphi \cdot (T1 + T3)]^2}} - 1 \right] \\ &= 7,044 \cdot 10^4 \frac{rad}{sec} \end{aligned}$$

$$T2 = \frac{1}{\omega_c^2 \cdot (T1 + T3)} = 3,546 \cdot 10^{-5} \text{ sec}$$

$$C1 = \frac{T1}{T2} \cdot \frac{K_\varphi \cdot K_{VCO}}{\omega_c^2 \cdot N} \cdot \sqrt{\frac{1 + \omega_c^2 \cdot T2^2}{(1 + \omega_c^2 \cdot T1^2) \cdot (1 + \omega_c^2 \cdot T3^2)}} = 1,076 \text{ nF}$$

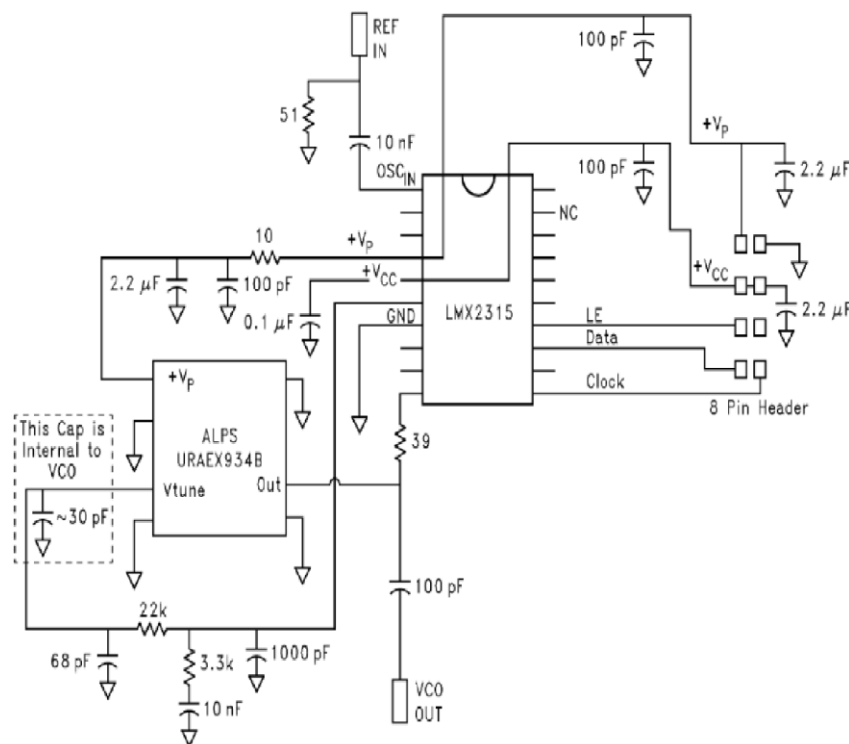
$$C2 = C1 \cdot \left(\frac{T2}{T1} - 1 \right) = 10,500 \text{ nF}$$

$$R2 = \frac{T2}{C2} = 3,377 \text{ k}\Omega$$

$$\text{Αν επιλέξουμε } C3 = \frac{C1}{10} = 108 \text{ pF}$$

$$\text{Τότε } R3 = \frac{T3}{C3} = 22,187 \text{ k}\Omega$$

Αν δώσουμε τις τιμές που βρήκαμε στις μονάδες του φίλτρου και χρησιμοποιήσουμε για frequency detector/charge pump το μοντέλο LMX2315 της Texas Instruments, η συνολική μας διάταξη μέχρι αυτό το σημείο θα προσομοιάζει στην τοπολογία της εικόνας 27, ως εξής:



Εικόνα 27. Προσομοίωση διάταξης του φίλτρου παραδείγματος με ένα LMX2315 frequency detector/charge pump

3.2.4 Αυτοματοποίηση της γραμμικής μεθόδου υπολογισμού τιμών των μονάδων LPF με την βοήθεια του Microsoft Excel 2010

Σε αυτή την παράγραφο, στηριζόμενοι στο παράδειγμα σχεδίασης φίλτρου της παραγράφου 3.2.3, θα προσπαθήσουμε να κατασκευάσουμε μια μαθηματική φόρμουλα που να υπολογίζει αυτόματα τις τιμές των μονάδων του φίλτρου που αναλύσαμε, για οποιαδήποτε εφαρμογή και οποιεσδήποτε απαιτήσεις. Φυσικά, όπως προαναφέρθηκε και στην προηγούμενη παράγραφο, η μέθοδος που ακολουθούμε είναι συγκεκριμένη και το παράδειγμα του φίλτρου, του οποίου οι τιμές των μονάδων θα προσδιοριστούν, θα χρησιμοποιηθεί σε εφαρμογή σύνθεσης που αναπτύχθηκε για τα πρότυπα κινητής τηλεφωνίας του GSM.

Το εργαλείο για την κατασκευή αυτής της μαθηματικής φόρμουλας υπολογισμού θα είναι το Microsoft Excel 2010. Σε γενικές γραμμές, στην πρώτη -οριζόντια- γραμμή θα βρίσκεται η ονομασία των μονάδων (είτε είναι αρχικοποιημένες είτε είναι προς εξέταση), ενώ στην δεύτερη -οριζόντια- θα βρίσκεται η τιμή που θα παίρνουν για την κάθε εφαρμογή (είτε τις ορίζουμε εξαρχής είτε τις υπολογίζουμε στην πορεία). Η σειρά παρουσίασης των μεταβλητών (ανά στήλη δηλαδή) έχει σημασία, καθώς αντιπροσωπεύει την μοναδική μαθηματική σειρά προσδιορισμού των τιμών των μονάδων, σύμφωνα με το παράδειγμα της παραγράφου 3.2.3 .

Ξεκινώντας θα περάσουμε τις αρχικές τιμές των KVCO, Kφ, Rfopt, Fref, N, ωp και φp στο excel:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Kvco	Kφ	Rfopt	Fref	N	ωp	ATTENUAT	φp
2	20000000	0,005	900000000	200000	4500	125700	10	45

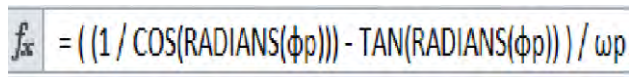
Εικόνα 28. Αρχικοποίηση μεταβλητών στο Excel

Σε αυτό το σημείο, θα γίνει ο υπολογισμός της πρώτης παραμέτρου, της χρονικής σταθεράς T1. Η σχέση που προσδιορίζει την T1, από το παράδειγμα της παραγράφου 3.2.3, είναι η εξής:

$$T1 = \frac{\sec \varphi_p - \tan \varphi_p}{\omega_p}$$

Οι χρονικές σταθερές T1 και της T3 είναι οι μοναδικές ποσότητες που εξαρτώνται μόνο από τις αρχικές μας τιμές. Αυτό αποδεικνύει την παρατήρηση που προηγήθηκε, σχετικά με την σειρά υπολογισμού των τιμών, καθώς οι επόμενες μεταβλητές εξαρτώνται τόσο από τις αρχικές, όσο και από αυτές που υπολογίζουμε κατά την διάρκεια της μελέτης μας (όπως, για παράδειγμα, το ω_c εξαρτάται και από το φ_p , αλλά και από τις T1 και T3).

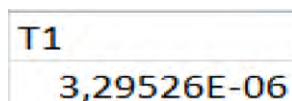
Για τον υπολογισμό της T1, λοιπόν, θα πρέπει να ορίσουμε στο Excel την συνάρτηση υπολογισμού της, και αυτό θα γίνει ως εξής (εικόνα 29):



$$f_x = ((1 / \text{COS}(\text{RADIANS}(\phi))) - \text{TAN}(\text{RADIANS}(\phi))) / \omega_p$$

Εικόνα 29. Συνάρτηση υπολογισμού T1 στο Excel

Με αυτόν τον τρόπο θα έχουμε (εικόνα 30):



$$T1 = 3,29526E-06$$

Εικόνα 30. Υπολογισμός T1

Για να επαληθεύσουμε την ορθότητα της συνάρτησης που παραθέσαμε στο Excel, θα πρέπει η τιμή που εμφανίστηκε να ισούται με την τιμή που υπολογίστηκε στο παράδειγμα. Κάνοντας μια γρήγορη αναδρομή στην παράγραφο 3.2.3, παρατηρούμε ότι για το T1 έχουμε :

$$T1 = 3,296 \cdot 10^{-6} \text{ sec}$$

Εν' ολίγοις, οι τιμές αυτές είναι ίδιες, άρα επαληθεύσαμε τον σωστό υπολογισμό της πρώτης μεταβλητής, της χρονικής σταθεράς T1.

Ο παραπάνω υπολογισμός περιγράφηκε αρκετά αναλυτικά, ώστε να είναι ξεκάθαρη η συλλογιστική πορεία που ακολουθήθηκε. Με τον ίδιο ακριβώς τρόπο ορίστηκαν συναρτήσεις και για τις υπόλοιπες μεταβλητές και επαληθεύτηκαν οι τιμές τους, από την σύγκριση με τις αντίστοιχες τιμές που βρέθηκαν στο παράδειγμα της παραγράφου 3.2.3 . Συγκεκριμένα, για τις T3, ω_c , T2, C1, C2, R2, C3 και R3 έχουμε (εικόνα 31):

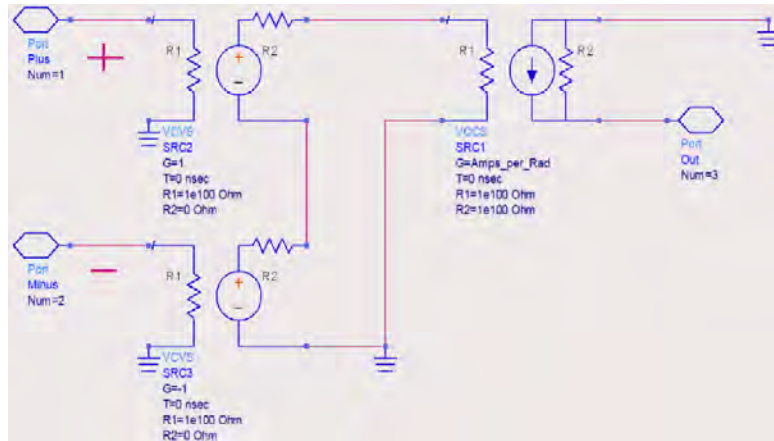
T3	ω_c	T2	C1	C2	R2	C3	R3
2,38732E-06	70450,56	3,54557E-05	1,07551E-09	1,04966E-08	3377,823	1,07551E-10	22197,04

Εικόνα 31. Υπολογισμός T3, ω_c , T2, C1, C2, R2, C3 και R3 μέσω Excel

Με αυτό τον τρόπο υπολογίστηκαν και επαληθεύτηκαν όλες οι τιμές των μονάδων του βαθυπερατού φίλτρου του παραδείγματος της παραγράφου 3.2.3 . Το συγκεκριμένο Excel αρχείο, ωστόσο, μπορεί να μας προσφέρει έναν αντίστοιχο αυτοματοποιημένο υπολογισμό των τιμών των μονάδων για ένα LPF οποιασδήποτε εφαρμογής, αρκεί να ορίσουμε σωστά το input με τις αρχικοποιημένες τιμές, στις οποίες θα βασίζεται η κάθε εφαρμογή.

3.3 Προσομοίωση διάταξης του PFD στο ADS

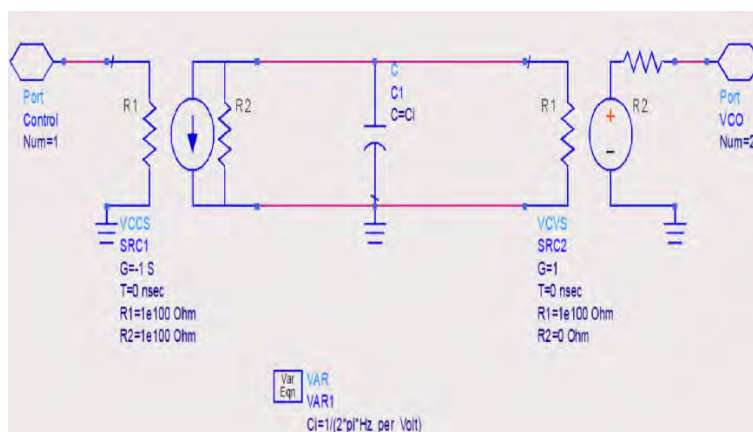
Σε επίπεδο θεωρίας, σε προηγούμενη παράγραφο, αναλύθηκε τόσο η μορφολογία, όσο και η σημαντική λειτουργία που επιτελεί ο Phase Frequency Detector για την συνολική διάταξη ενός PLL. Στο πειραματικό μέρος αυτής της διπλωματικής εργασίας θα τροποποιήσουμε το μοντέλο πρότυπης εφαρμογής του Albert Franceschino στο ADS, όπως αυτό περιγράφηκε σε προηγούμενο στάδιο. Όπως θα δούμε στις επόμενες παραγράφους, στα συνολικά διαγράμματα κλειστού και ανοιχτού βρόγχου του PLL, διαγραμματικά, ο PFD φαίνεται σαν ένα black box, η ανάλυση μικρού σήματος του οποίου περιγράφεται εσωτερικά στο ομώνυμο module. Το module χαρακτηρίζεται από την σταθερά K_f (K_d στο ADS), έχει εισόδους την συχνότητα αναφοράς και την έξοδο του ταλαντωτή και έξοδο την αντλία φορτίου (charge pump) και εν συνεχεία το βαθυπερατό φίλτρο. Μπορούμε, λοιπόν, να παρατηρήσουμε την ανάλυση μικρού σήματος (small signal) του module του PFD, για στην παρακάτω εικόνα 32:



Εικόνα 32. Ανάλυση μικρού σήματος PFD στο ADS

3.4 Προσομοίωση διάταξης του VCO στο ADS

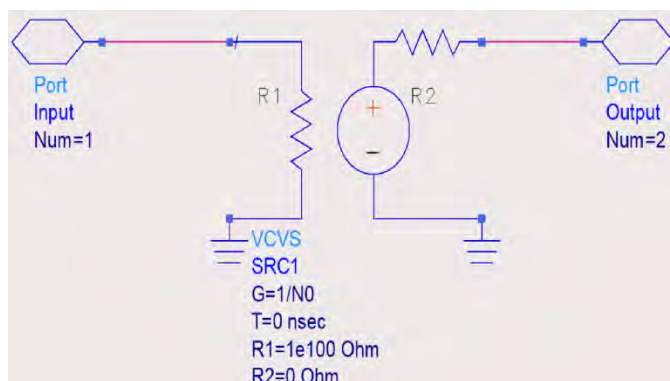
Όσον αφορά στο VCO, το ADS, ακολουθώντας την πρότυπη εφαρμογή του Albert Franceschino, συμπεριλαμβάνει την ανάλυση μικρού σήματος του ταλαντωτή, την οποία, όμως, την συναντάμε στα σχήματα του συνολικού PLL συστήματος σαν black box (όπως θα δούμε και στη συνέχεια), του οποίου η συμπεριφορά ορίζεται από την είσοδο που λαμβάνει και από την σταθερά K_{VCO} που το περιγράφει. Μπορούμε, ωστόσο, να παρατηρήσουμε την ανάλυση μικρού σήματος που περιλαμβάνει το module του VCO, στην παρακάτω εικόνα 33.



Εικόνα 33. Ανάλυση μικρού σήματος VCO στο ADS

3.5 Προσομοίωση διάταξης του διαιρέτη N στο ADS

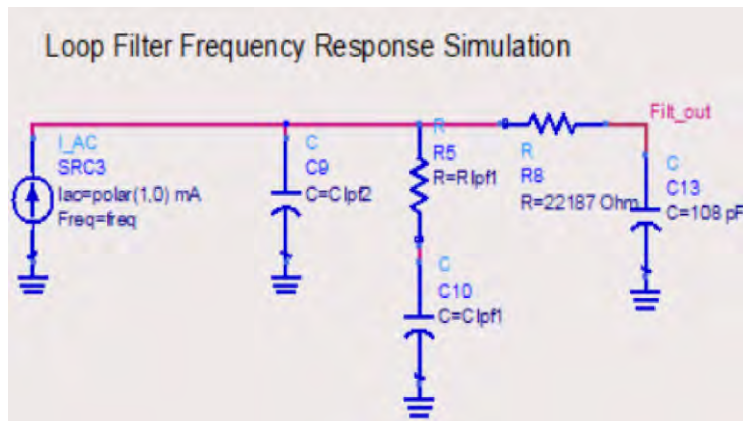
Με παρόμοιο τρόπο μπορούμε να παρατηρήσουμε την διάταξη του γραμμικού, ακέραιου διαιρέτη N στο ADS. Το N περιγράφεται σαν ενιαίο module στα συνολικά διαγράμματα του PLL και η τιμή του ορίζεται σαν σχεδιαστική σταθερά, όπως θα δούμε παρακάτω. Η ανάλυση μικρού σήματος του module στο ADS φαίνεται στην εικόνα 34.



Εικόνα 34. Ανάλυση μικρού σήματος του ακέραιου διαιρέτη N στο ADS

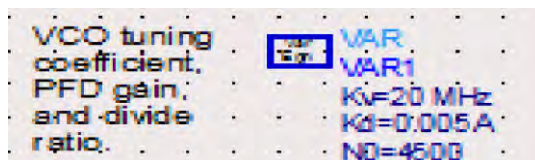
3.6 Προσομοίωση συμπεριφοράς του Low Pass Filter στο ADS

Σε αυτό το σημείο, αφού d το ίδιο πρότυπο μοντέλο PLL του Albert Franceschino που εξετάστηκε, μπορούμε να δούμε στο ADS την τοπολογία του LPF που χρησιμοποιούμε στην παρούσα διπλωματική εργασία, τις τιμές των μονάδων του, αλλά και την απόκρισή του. Φυσικά, για να πάρουμε τις τιμές που μας ενδιαφέρουν, θα πρέπει να προσαρμόσουμε το φίλτρο (τρίτης τάξης), ώστε αυτό να πληροί τις προδιαγραφές που αναλύθηκαν στο παράδειγμα σχεδίασης φίλτρου της παραγράφου 3.2.3, όπως φαίνεται στην εικόνα 35. Το φίλτρο μας, λοιπόν, θα έχει την παρακάτω μορφή:



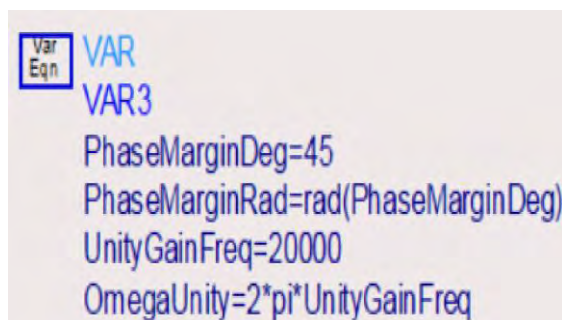
Εικόνα 35. Σχηματικό του LPF στο ADS

Οι τιμές των σχεδιαστικών σταθερών K_ϕ (K_d), K_{VCO} (K_V) και N ορίζονται στο ADS όπως στο παράδειγμα, δηλαδή (εικόνα 36):



Εικόνα 36. Ορισμός τιμών σχεδιαστικών σταθερών στο ADS

Αντίστοιχα, για το unity gain frequency, το omega unity και το phase margin ορίζουμε (εικόνα 37):



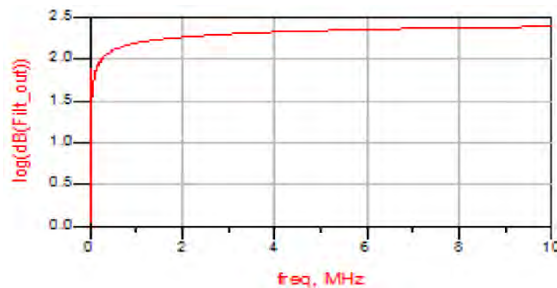
Εικόνα 37. Ορισμός unity gain frequency, omega unity phase margin στο ADS

Αν κάνουμε μια AC ανάλυση, θα παρατηρήσουμε ότι οι τιμές των μονάδων του φίλτρου είναι αυτές που αναμένονταν (εικόνα 38):

PhaseMarginDeg	C1pf1	C1pf2	R1pf1	UnityGainFreq
45.000	1.052E-8	1.081E-9	3355.130	20000.000

Εικόνα 38. Προκύπτουσες τιμές C1, C2, R2, unity gain frequency και phase margin

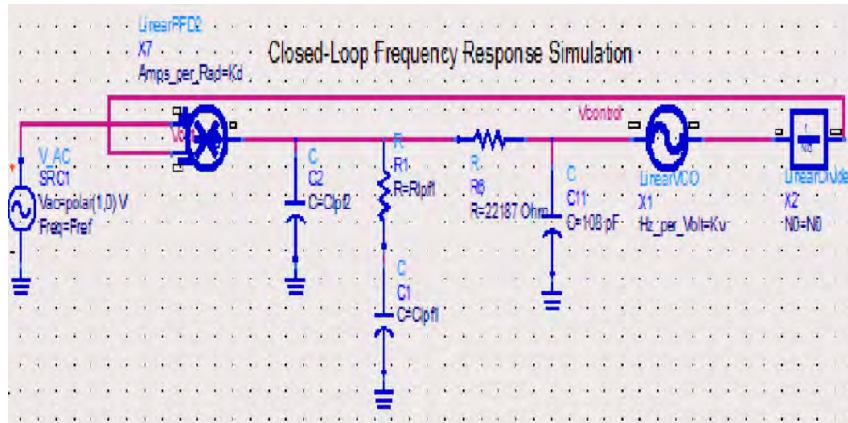
Συνεχίζοντας την ανάλυση, μπορούμε να εξάγουμε το dB διάγραμμα απόκρισης του βαθυπερατού φίλτρου (Filt_out), ως εξής, στην εικόνα 39:



Εικόνα 39. dB απόκριση φίλτρου

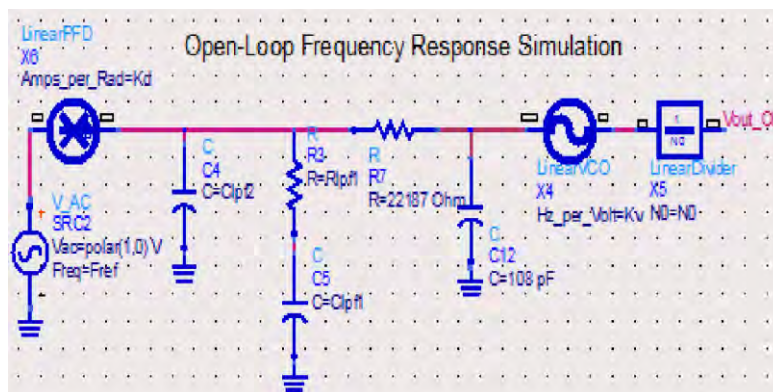
3.7 Προσομοίωση συνολικής συμπεριφοράς του Phase Locked Loop στο ADS

Σε αυτό το σημείο, θα δούμε το πώς απεικονίζονται στο ADS τα διαγράμματα κλειστού και ανοικτού βρόγχου, όπως αυτά ορίστηκαν στις προηγούμενες παραγράφους, για ολόκληρο το PLL σύστημα. Καταρχάς, παρακάτω, στην εικόνα 40 παρατηρούμε το σχηματικό του closed loop PLL:



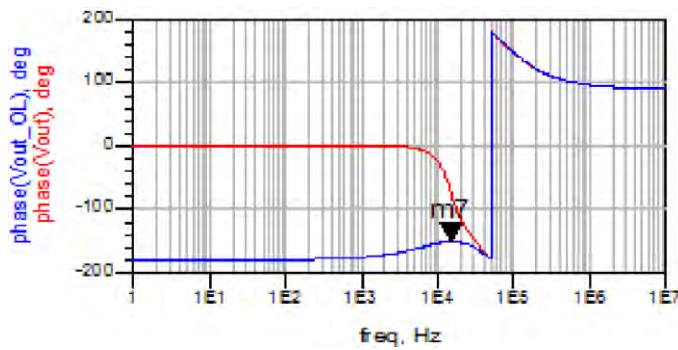
Εικόνα 40. Προσομοίωση Closed Loop PLL στο ADS

Στην συνέχεια, παρατηρούμε το διάγραμμα του open loop PLL στο ADS, στην εικόνα 41 από το οποίο θα εξάγουμε χρήσιμη πληροφορία τόσο για την φασική απόκριση, όσο και για το διάγραμμα κέρδους, χρησιμοποιώντας την απόκριση συχνότητας.



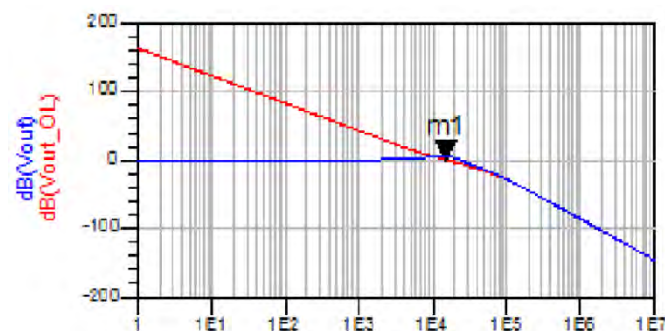
Εικόνα 41. Προσομοίωση Open Loop PLL στο ADS

Αν «τρέξουμε» μια AC simulation στα παραπάνω διαγράμματα, μπορούμε να αναλύσουμε ποιοτικά την φασική απόκριση της εξόδου ανοιχτού βρόγχου (που παρουσιάζεται στο διάγραμμα με μπλε γραμμή), εν συγκρίσει της φασικής απόκρισης κλειστού βρόγχου (που παρουσιάζεται στο διάγραμμα με κόκκινη γραμμή), όπως φαίνεται στην εικόνα 42.



Εικόνα 42. Συγκριτικό διάγραμμα φάσης κλειστού και ανοιχτού βρόγχου

Επίσης, παρακάτω, στην εικόνα 43 φαίνεται η dB έξοδος τάσης κλειστού (μπλε καμπύλη) και ανοιχτού βρόγχου (κόκκινη καμπύλη), που υποδηλώνει το κέρδος του συστήματος στις δύο περιπτώσεις:



Εικόνα 43. Διάγραμμα dB εξόδου τάσης για κλειστό και ανοιχτό βρόγχο

3.8 Μελέτη και προσομοίωση PLL για εφαρμογές δημιουργίας ρολογιού για USB 1.0 interface στο ADS

Στο σημείο αυτό, έχει, πλέον, διατυπωθεί μια συγκεκριμένη μεθοδολογία σχεδίασης και ανάλυσης ενός συστήματος Phase Locked Loop, τόσο γραμμικά για τον υπολογισμό των σχεδιαστικών παραμέτρων και των τιμών των μονάδων του χαμηλοπερατού φίλτρου, ώστε να πληρούνται όλες οι προϋποθέσεις που τέθηκαν, όσο και σε επίπεδο προσομοίωσης της συνολικής συμπεριφοράς του συστήματος στο ADS και ανάλυσής της. Το τελευταίο στάδιο αυτής της διπλωματικής εργασίας θα είναι η μελέτη μιας εφαρμογής PLL για δημιουργία ρολογιού για USB 1.0 interface και η προσομοίωσή της στο ADS. Κατά την διαδικασία αυτή, θα ακολουθηθεί η

μεθοδολογία ανάλυσης της προηγούμενης εφαρμογής PLL, όπως αυτή περιγράφηκε στις προηγούμενες παραγράφους.

Οι σχεδιαστικές παράμετροι της εφαρμογής ορίζονται ως εξής:

$F_{out} = 480 \text{ MHz}$
 $F_{ref} = 24 \text{ MHz}$
 $K_{vco} = 900 \text{ MHz/V}$
 $K_d = 80 \text{ uA}$
 $f_p = 1 \text{ MHz}$
 $\phi_p = 45^\circ$

Από τα παραπάνω καταλαβαίνουμε ότι, εφόσον $F_{out} / F_{ref} = 20$, θα έχουμε $N = 20$.

Επίσης, για το $\omega_p = f_p \cdot 2\pi \Rightarrow \omega_p = 6.285.000 \text{ rad/sec}$

Το πρώτο βήμα για την μελέτη του PLL με τα παραπάνω χαρακτηριστικά θα είναι να υπολογίσουμε τις τιμές των μονάδων του Low-Pass Filter. Στην συνέχεια θα περάσουμε τις παραπάνω σχεδιαστικές σταθερές στο ADS και θα επαληθεύσουμε αυτά τα filter component values. Εν συνεχεία, θα μπορέσουμε να προσομοιώσουμε την συμπεριφορά του PLL συστήματος και να εξάγουμε τις αποκρίσεις του.

Καταρχάς, θα χρησιμοποιήσουμε το αρχείο Excel που υπολογίζει τις τιμές των μονάδων του φίλτρου (από την προηγούμενη εφαρμογή που προσομοιώθηκε), αφού περάσουμε πρώτα, σαν input, τις παραπάνω προδιαγραφές, όπως φαίνεται στην παρακάτω εικόνα 44:

K_{vco}	K_ϕ	R_{fopt}	F_{ref}	N	ω_p	ATTENUA	ϕ_p
9E+08	0,00008	480000000	24000000	20	6285000	10	45

Εικόνα 44. Είσοδος σχεδιαστικών παραμέτρων στο Excel

Οι τιμές, λοιπόν, των μονάδων που υπολογίζονται, φαίνονται στην εικόνα 45:

C1	C2	R2	C3	R3
5,16883E-11	3,60792E-10	1457,716	5,16883E-12	3848,91

Εικόνα 45. Υπολογισμός τιμών των μονάδων φίλτρου

Το επόμενο βήμα είναι να σετάρουμε τις τιμές των αρχικών προδιαγραφών στο ADS. Ορίζουμε unity gain frequency, phase margin και KVCO, Kd, N όπως δείχνουν αντίστοιχα οι εικόνες 46 και 47:

```

Var
Eqn
VAR
VAR3
PhaseMarginDeg=45
PhaseMarginRad=rad(PhaseMarginDeg)
UnityGainFreq=1000000
OmegaUnity=2*pi*UnityGainFreq

```

Εικόνα 46. Ορισμός unity gain frequency, phase margin και omega unity

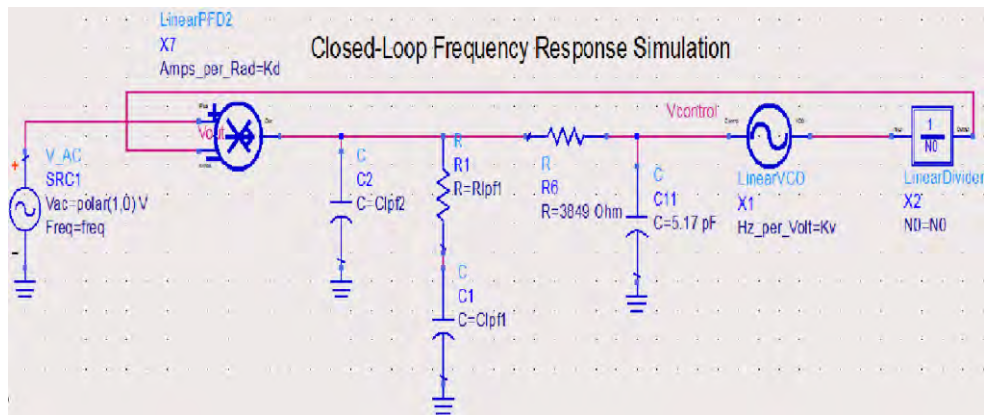
```

Var
Eqn
VAR
VAR1
Kv=900 MHz
Kd=0.0008 A
N0=20

```

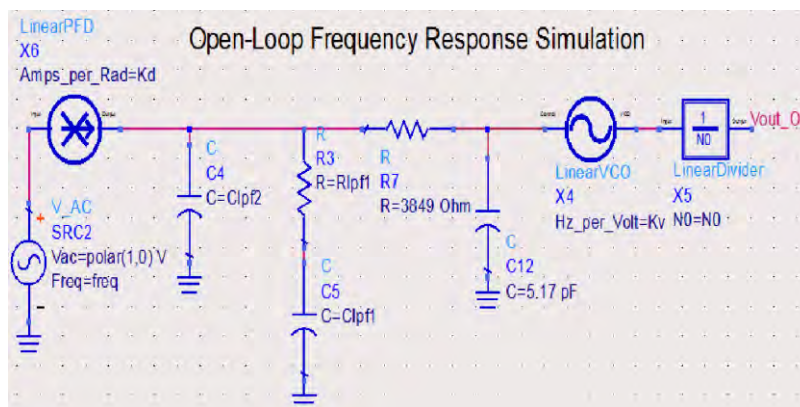
Εικόνα 47. Ορισμός KVCO, Kd, N στο ADS

Στην εικόνα 48 που ακολουθεί, φαίνεται το closed loop διάγραμμα του PLL στο ADS, με περασμένες τις τιμές που έχουν η R3 και ο C3 στην εφαρμογή:



Εικόνα 48. Διάγραμμα κλειστού PLL βρόγχου στο ADS

Και αντίστοιχα, στην εικόνα 49 που ακολουθεί, φαίνεται το open loop διάγραμμα του PLL στο ADS:



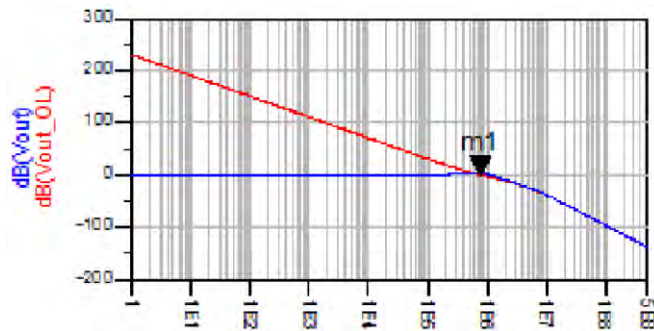
Εικόνα 49. Διάγραμμα ανοιχτού PLL βρόγχου στο ADS

Αν κάνουμε ένα AC simulation, μπορούμε να επαληθεύσουμε σωστά τα component values του φίλτρου, τα οποία φαίνονται στην παρακάτω εικόνα 50:

PhaseMarginDeg	Clp1	Clp2	Rlp1	UnityGainFreq
46.000	3.598E-11	5.200E-11	1457.802	1000000.000

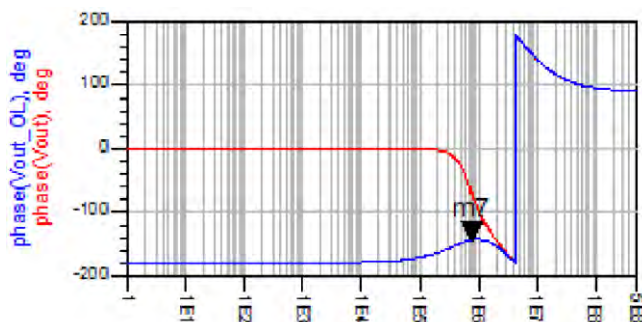
Εικόνα 50. Τιμές των μονάδων του φίλτρου

Σε αυτό το σημείο, πλέον, μπορούμε να εμφανίσουμε, με ένα AC simulation, το συγκριτικό διάγραμμα τάσης εξόδου του ανοιχτού (κόκκινη καμπύλη) και του κλειστού (μπλε καμπύλη) PLL βρόγχου, σε dB. Αυτή την απόκριση μπορούμε να την παρατηρήσουμε στην εικόνα 51:



Εικόνα 51. Συγκριτικό dB διάγραμμα εξόδου τάσης κλειστού και ανοιχτού βρόγχου

Επίσης, στην εικόνα 52 που ακολουθεί, προσομοιώνουμε, με ένα AC simulation, την φασική απόκριση εξόδου του ανοιχτού (μπλε καμπύλη) και του κλειστού (με κόκκινη καμπύλη) PLL βρόγχου. Μπορούμε να παρατηρήσουμε την ω_c συχνότητα μικρότερου πόλου (εάν δηλαδή αφαιρούσαμε το τελευταίο RC στάδιο φίλτρου), η οποία, όπως αναμενόταν, είναι ελαφρώς μικρότερη από την ω_p του συνολικού συστήματος.



Εικόνα 52. Φασική απόκριση ανοιχτού και κλειστού PLL βρόγχου

Βιβλιογραφία:

1. http://mirror.thelifeofkenneth.com/lib/Applied_Microwave/archives/1994/fall94/pg65.pdf
2. http://www.lumerink.com/courses/ece504/Handouts/Razavi1996_PLL_IEEEExplore.pdf
3. <https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19660001034.pdf>
4. http://www.hep.upatras.gr/class/download/ile_ana_kik/eisagwgh_hlektronika_filtra.pdf
5. <https://eclass.snd.edu.gr/modules/document/file.php/TMA102/%CE%A3%CE%B7%CE%BC%CE%B5%CE%B9%CF%8E%CF%83%CE%B5%CE%B9%CF%82%20%CE%9C%CE%B1%CE%B8%CE%AE%CE%BC%CE%B1%CF%84%CE%BF%CF%82/%CE%91%CE%9D%CE%91%CE%9B%CE%9F%CE%93%CE%99%CE%9A%CE%91%20%CE%9A%CE%A5%CE%9A%CE%9B%CE%A9%CE%9C%CE%91%CE%A4%CE%91%20%CE%A4%CE%97%CE%9B%CE%95%CE%A0%CE%99%CE%9A%CE%9F%CE%99%CE%9D%CE%A9%CE%9D%CE%99%CE%A9%CE%9D%202014.pdf>
6. https://academicjournals.org/article/article1380790210_Adrang.pdf
7. <http://airconline.com/vlsics/V2N1/2111vlsics09.pdf>
8. http://www.el.teithe.gr/File.aspx?UI=1&ID=994&PID=2883&File=ANNOU_NCEMENTS
9. <http://www.ti.com/lit/an/snoa593b/snoa593b.pdf>
10. http://www.math.ntua.gr/~stavvaka/ODE_PDE_WEB/335-418_Kefalaio%207.pdf
11. <http://publications.lib.chalmers.se/records/fulltext/148213.pdf>
12. <https://www.ece.ucsb.edu/~long/ece145b/TOPLL.pdf>
13. <http://etd.lib.metu.edu.tr/upload/12619852/index.pdf>
14. https://courses.e-ce.uth.gr/CE536/projects/zografopoulos_Oscillator.pdf
15. <https://courses.e-ce.uth.gr/CE433/tutorials/A%20CMOS%20Voltage%20Controlled%20Ring%20Oscillator%20with%20Improved%20Frequency%20Stability.pdf>
16. <http://pages.hmc.edu/harris/cmosvlsi/4e/lect/lect22.pdf>
17. http://www.idc-online.com/technical_references/pdfs/electronic_engineering/Phase_Locked_Loop.pdf
18. <https://www.nxp.com/docs/en/application-note/AN535.pdf>
19. <http://literature.cdn.keysight.com/litweb/pdf/5989-9471EN.pdf>
20. http://www.cppsim.com/PLL_Lectures/digital_pll_cicc_tutorial_perrott.pdf

21. <http://www.analog.com/media/en/training-seminars/tutorials/MT-086.pdf>
22. <https://courses.e-ce.uth.gr/CE433/tutorials/VCO.pdf>
23. <https://courses.e-ce.uth.gr/CE433/tutorials/PLL.pdf>
24. <https://courses.e-ce.uth.gr/CE433/tutorials/PLLTutorialISSCC2004.pdf>
25. [https://courses.e-ce.uth.gr/CE433/tutorials/PLL%20Performance%20Simulation%20and%20Design%20\(Dean%20Banerjee\).pdf](https://courses.e-ce.uth.gr/CE433/tutorials/PLL%20Performance%20Simulation%20and%20Design%20(Dean%20Banerjee).pdf)
26. Συστήματα Αυτόματου Ελέγχου, Παντελής Β. Μαλατέστας, Εκδόσεις Τζιόλα (2017)
27. Ανάλυση Ηλεκτρικών Κυκλωμάτων, Νίκος Ι. Μάργαρης, Εκδόσεις Τζιόλα (2009)